ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА

ПРОГРАМА АТЕСТАЦІЙНОГО ІСПИТУ З МАТЕМАТИКИ РІВЕНЬ ВИЩОЇ ОСВІТИ «БАКАЛАВР» СПЕЦІАЛЬНІСТЬ 113 ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

Одеса 2021 рік

Вступ

Програма іспиту з математики для здобувачів ступеня вищої освіти «бакалавр» за спеціальністю **113 Прикладна математика** 2020/2021 навчального року є нормативним документом Одеського національного університету імені І. І. Мечникова, в якому встановлюються критерії та вимоги кількісного і якісного оцінювання ступеня досягнення здобувачами змісту вищої освіти. Програма є складовою стандарту вищої освіти ОНУ імені І. І. Мечникова і використовується при:

- визначенні ефективності методик підготовки та навчання;
- визначення рівня освітньої підготовки випускників ОНУ імені І. І. Мечникова;
- визначення рівня кваліфікації випускників ОНУ імені І. І. Мечникова;
- сертифікації фахівців;
- професійній орієнтації та професійному відборі.

Програма іспиту включає в себе підсумковий контроль знань, завдання та задачі для комплексної перевірки знань з навчальних дисциплін тощо. Вони розроблені професорсько-викладацьким складом кафедр університету з урахуванням вимог освітньо-кваліфікаційної характеристики фахівця, освітньо-професійної програми, робочих програм навчальних дисциплін.

Розробники:

- Вайсфельд Наталія Данилівна, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри методів математичної фізики;
- Реут Віктор Всеволодович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри математичного та комп'ютерного моделювання;
- Кічмаренко Ольга Дмитрівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри оптимального керування і економічної кібернетики.

Розглянуто на засіданні навчально-методичної комісії з прикладної математики
«02» березня 2021 р.

Голова комісії Страхов Є. М.

Затверджено на засіданні Вченої ради ФМФІТ, протокол № 4 від «17» березня 2021 р.

Голова Вченої ради Круглов В. Є.

1 Математичний аналіз

1. Границя числової послідовності. Теорема про границю монотонної послідовності. Лема про вкладені сегменти і лема Больцано — Вейєрштрасса. Критерій Коші збіжності числової послідовності.
2. Границя функції (визначення за Коші і за Гейне). Означення неперервності функції у точці. Теореми Вейєрштрасса і Больцано — Коші про функції, неперервні на відрізку. Рівномірна неперервність, теорема Кантора.
3. Дифференційовність і похідна дійсної функції дійсного змінного. Геометричний зміст похідної. Основні теореми про диференційовні функції (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа). Формула Тейлора із залишком у формі Пеано, у формі Лагранжа (б/д).
4. Означення інтеграла Рімана. Інтегровність монотонних і неперервних функцій. Існування первісної у неперервної функції. Формула Ньютона — Лейбніца.
5. Числові ряди. Основні ознаки збіжності (ознака порівняння, Даламбера, Коші, інтегральна ознака) для рядів з невід'ємними членами. Ознака Лейбніца. Поняття абсолютної та умовної збіжності.
6. Неперервність функції багатьох змінних. Диференційовність функції багатьох змінних. Частинні похідні. Достатня умова диференційовності функції багатьох змінних.

2 Алгебра та геометрія

1. Кільце многочленів над полем. Неприводимість над полем. Корені многочлена. Теорема Безу. Критерій кратності кореня. Основна теорема алгебри (б/д). Наслідки з основної теореми для многочленів над полем $\mathbb{C}$ і над полем $\mathbb{R}$.
2. Мультиплікативна група квадратних матриць. Невироджена матриця. Оберненість матриць. Критерій оберненості. Алгоритми побудови оберненої матриці.
3. Лінійні простори. Лінійна незалежність системи векторів. Базис і розмірність лінійного простору, властивості. Координати вектора в заданому базисі. Перехід до нового базису.
4. Система лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Критерій сумісності СЛАР (теорема Кронекера — Капеллі). Структура загального розв'язку однорідної СЛАР. Фундаментальна система розв'язків. Структура загального розв'язку неоднорідної СЛАР.
5. Лінійний оператор. Матриця лінійного оператора. Координатна рівність. Зміна матриці оператора при переході до нового базису. Власні підпростори лінійного оператора. Характеристичний многочлен лінійного оператора.
6. Дійсні квадратичні форми. Лінійне невироджене перетворення. Зведення дійсної квадратичної форми до головних осей. Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Закон інерції дійсних квадратичних форм.
7. Системи порівнянь першого ступеня. Китайська теорема про залишки. Порівняння по простому модулю.
8. Квадратичні лишки. Символ Лежандра та його властивості. Квадратичний закон взаємності (б/д). Символ Якобі.
9. Рівняння прямої і площини. Похідні види рівнянь. Взаємне розташування прямої і

площини.

10. Аффінна класифікація гіперповерхонь другого порядку. Класифікація кривих другого порядку. Канонічні рівняння поверхонь другого порядку.

3 Математична логіка та теорія множин

1. Поняття множини. Способи задання множин. Поняття підмножини. Рівність двох множин. Операції над множинами: об'єднання, перетин, різниця, доповнення. Декартів добуток множин.
2. Відношення. Властивості бінарних відношень: рефлексивність, іррефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність. Операції над бінарними відношеннями.
3. Висловлювання. Прості і складені висловлювання. Логічні зв'язки. Таблиці Куайна для логічних зв'язок. Характеристичні властивості логічних зв'язок.
4. Алфавіт алгебри висловлювань. Індуктивне визначення формули алгебри висловлень (ФАВ). Інтерпретація ФАВ. Таблиці Куайна для ФАВ. Класифікація ФАВ: здійсненні, спростовні, тотожно істинні, тотожно хибні формули.

4 Дискретна математика

1. Означення графа. Способи задання графів. Ізоморфізм графів. Маршрут, ланцюг, простий ланцюг. Цикл. Простий цикл.
2. Цикломатичне число графа. Теорема про цикломатичне число. Означення дерева. Означення лісу. Теорема про ліси.
3. Означення булевої функції (БФ). Табличне задання БФ. Елементарні БФ.
4. Основні класи БФ. Двоїсті функції. Самодвоїсті функції. Монотонні функції. Істотні і фіктивні змінні. Лінійні функції.

5 Диференціальні рівняння

1. Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші.
2. Лінійні однорідні звичайні диференціальні рівняння n-го порядку з постійними коефіцієнтами. Метод Ейлера.
3. Лінійні неоднорідні звичайні диференціальні рівняння n-го порядку з постійними коефіцієнтами. Метод Лагранжа.

6 Теорія функцій комплексної змінної

1. Інтегральна теорема Коші (б/д). Інтегральна формула Коші (б/д).
2. Означення лишку (вычета). Теорема про лишки (б/д).
3. Обчислення лишку у разі полюса.

7 Рівняння математичної фізики

1. Формулювання крайової задачі Штурма — Ліувілля. Властивості власних значень і власних функцій задачі Штурма — Ліувілля (б/д). Теорема розвинення Стеклова (б/д).
2. Функція Гріна одновимірної крайової задачі (в чому відмінність від фундаментальної функції). Довести теорему єдиності для функції Гріна.
3. Означення самоспряженої крайової задачі. Симетричність функції Гріна для самоспряженої крайової задачі (б/д).
4. Означення фундаментальної та базисної систем розв'язків для одновимірної крайової задачі. Довести теорему існування для функції Гріна.

8 Теорія ймовірностей, математична статистика та випадкові процеси

1. Дискретний простір елементарних подій. Операції над подіями. Класичне визначення ймовірності. Властивості ймовірності.
2. Умовні ймовірності. Незалежні події та їх властивості.
3. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.
4. Дискретні випадкові величини. Функція розподілу. Біноміальний, геометричний, гіпергеометричний розподіл. Розподіл Пуассона.
5. Неперервні випадкові величини. Густина (щільність) функції розподілу випадкової величини. Нормальний, рівномірний, показниковий розподіл.
6. Числові характеристики випадкових величин: математичне сподівання, дисперсія та їх властивості.
7. Випадкові процеси марківського типу. Рівняння Колмогорова.

9 Обчислювальні методи

1. Теорема про LU-розкладання матриці. Метод Гауса.
2. Метод простої ітерації розв'язування СЛАР. Необхідна і достатня умова збіжності.
3. Розв'язування лінійної задачі найменших квадратів за допомогою SVD-розкладання матриці.
4. Інтерполяційний многочлен Лагранжа. Інтерполяційний многочлен Ньютона з розділеними різницями. Побудова формул чисельного диференціювання шляхом диференціювання інтерполяційного многочлена. Похибка формул чисельного диференціювання.
5. Квадратурні формули Ньютона — Котеса (прямокутників, трапецій, Сімпсона). Принцип Рунге практичної оцінки похибки чисельного інтегрування.
6. Методи Рунге — Кутта довільного порядку точності розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь.

10 Методи оптимізації та дослідження операцій

1. Задачі лінійного програмування (ЗЛП): їх типи, поняття плану. Графічний метод розв'язування ЗЛП.
2. Симплекс-метод для ЗЛП у стандартній формі. Умова допустимості плану. Умова оптимальності плану. M-метод для ЗЛП в загальній формі.
3. Двоїста задача до ЗЛП. Зв'язок розв'язків прямої та двоїстої задач. Теореми двоїстості. Економічний зміст двоїстих змінних.
4. Транспортна задача (ТЗ). Припущення при побудові моделі найпростішої ТЗ. Закрита та відкрита ТЗ. Особливості ТЗ (б/д). Методи побудови початкового плану і метод його поліпшення: метод північно-західного кута; метод мінімального елемента; метод потенціалів.
5. Необхідні та достатні умови екстремуму функцій однієї та багатьох змінних в задачах без обмежень (б/д).
6. Необхідні та достатні умови в задачах умовного екстремуму з обмеженнями типу рівностей та нерівностей (б/д). Метод множників Лагранжа.
7. Основна теорема опуклого програмування Куна — Таккера (з доведенням необхідності).
8. Чисельні методи одновимірної оптимізації. Симетричні методи: метод ділення відрізка навпіл, метод золотого перетину, метод Фібоначчі.
9. Чисельні методи розв'язування задач багатовимірної оптимізації. Метод градієнтного спуску, його властивості та способи вибору кроку. Метод спряжених градієнтів. Метод Ньютона та його модифікації. Властивості.
10. Чисельні методи розв'язування задач умовної оптимізації. Методи послідовної безумовної оптимізації (методи штрафних функцій). Методи можливих напрямків: метод проекції градієнта, метод умовного градієнта.
11. Елементи теорії ігор. Основні означення та положення теорії ігор: учасники, гравці, стратегії, виграш. Класифікація ігор. Матричні ігри. Приклади та розв'язування матричних ігор у чистих стратегіях. Домінування стратегій.

11 Аналіз даних

1. Статистичний аналіз взаємозв'язків. Оцінки (коефіцієнти) парних зв'язків для різних типів ознак: неперервних, рангових, категоріальних.
2. Кластеризація. Міри подібності в задачах багатовимірного групування. Алгоритм k-means. Ієрархічні процедури кластерного аналізу.
3. Регресійний аналіз взаємозв'язків. Обчислення параметрів лінійної регресійної моделі.

12 Алгоритми, програмування та структури даних

1. Робота з покажчиками та ітераторами. Динамічне виділення пам'яті.
2. Функції. Формальні та фактичні параметри, способи передачі параметрів.
3. Приклади послідовних (array, vector, list) та асоціативних (map, set, multimap, multiset) контейнерів.

4. Скалярні та пооб'єктні типи даних. Структури та класи.
5. Основні принципи об'єктно-орієнтованого програмування.
6. Алгоритми внутрішнього та зовнішнього сортування порівнянням. Оцінка асимптотичної обчислювальної складності.
7. Бінарні та біноміальні кучі. Призначення, побудова, основні операції. Порівняльна оцінка асимптотичної обчислювальної складності.
8. Загальна схема програм пошуку по графу. Приклади інтерпретації DFS, BFS.
9. Матроіди. Загальна схема і приклади реалізації жадібних алгоритмів. Зв'язок матроіда і жадібних алгоритмів.
10. Принципи і прийоми динамічного програмування. Приклади алгоритмів динамічного програмування.

13 Основи Internet технологій

1. Рівні мережної моделі OSI. Стек протоколів TCP/IP, IP-адреси та DNS.
2. Протоколи взаємодії, протоколи передачі даних на прикладі HTTP/HTTPS. Безпека даних.
3. Подання інформації мовами розмітки (на прикладі XML, HTML). Семантична розмітка.
4. Керування відображенням інформації за допомогою CSS.
5. Растрова та векторна графіка (на прикладі SVG) у мережі.
6. Статичні сторінки та серверні сценарії (на прикладі CGI, PHP).

14 Бази даних та інформаційні системи

1. Проблеми використання файлових систем. Поняття бази даних та її означення. Поняття СКБД та її основні функції. Компоненти системи БД. Переваги та недоліки СКБД.
2. Трирівнева архітектура ANSI-SPARC. Рівні опису даних та їх призначення. Підтримка принципу незалежності даних на основі багаторівневої архітектури.
3. Моделі даних та концептуальне моделювання. Склад моделі. Категорії моделей. Об'єктні моделі. Моделі на основі записів. Коротка характеристика реляційної, мережевої та ієрархічної моделей даних.
4. Архітектури многокористувацьких СКБД. Телеобробка. Файл-серверна архітектура. Технологія «клієнт-сервер». Трирівнева архітектура. Багаторівневі архітектури. Розподілені системи.
5. Реляційна модель даних. Математичні означення домену, відношення, кортежу, атрибута, ступеня і кардинального числа. Означення реляційної бази даних. Властивості відношень.
6. Поняття логічної цілісності реляційних даних. Види обмежень цілісності. Поняття та означення потенційного ключа. Призначення потенційних ключів. Поняття та означення зовнішнього ключа. Призначення зовнішніх ключів. Правила зовнішніх ключів.
7. Поняття реляційної алгебри. Призначення РА. Теоретико-множинні операції реляційної алгебри, їх означення та властивості. Поняття сумісності за типом. Спеці-

альні реляційні операції, їх означення та властивості.

8. Загальна характеристика мови SQL. Оператори визначення даних. Прості запити на вибірку даних. Агрегатні функції. Запити з угрупованням (GROUP BY). Зв'язування декількох таблиць. Запити на зміну стану бази даних.

Література

[1] Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест, Клиффорд Штайн. Алгоритмы: построение и анализ, 3-е издание // Introduction to Algorithms, Third Edition. — М.: «Вильямс», 2013.

[2] Роберт Седжвик, Кевин Уэйн. Алгоритмы на Java. 2016

[3] Роберт Лафоре. Структуры данных и алгоритмы в Java. 2017

[4] Бен Хеник. HTML и CSS. Путь к совершенству. 2011

[5] Скотт Мейерс. Эффективный и современный C++. 2017

[6] Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.

[7] Воеводин В.В. Линейная алгебра.

[8] Габасов Р.Ф. Методы оптимизации.

[9] Гихман И.И., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей и математическая статистика.

[10] Дейт К. Ведение в системы баз данных.

[11] Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ.

[12] Крушевский А.В. Теория игр.

[13] Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решения.

[14] Матвеев Н.М., Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.

[15] Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы.

[16] Таха Х. Введение в исследование операций.

[17] Яблонский С.В. Введение в дискретную математику.

Критерії оцінювання знань і вмінь студентів
за напрямом «Прикладна математика»

Оцінка «відмінно» (A) виставляється студентам, які глибоко й міцно засвоїли програмний матеріал (90–100 %), вичерпно, послідовно, грамотно й логічно його викладають, у їх відповідях теорія й практика тісно пов'язані. При цьому студенти без утруднення дають відповідь при видозміненні завдання, творчо застосовують набуті знання, правильно обґрунтовують прийняті рішення, виявляють навички системного підходу до вирішення поставлених завдань.

Оцінка «добре» (B, C) виставляється студентам, які твердо знають програмний матеріал значно вище середнього рівня (75–89 %), грамотно і по суті його викладають, не допускають істотних неточностей у відповідях на запитання, виявляють аналітичні здібності при виконанні завдань, володіють необхідними навичками їх виконання.

Оцінка «задовільно» (D, E) виставляється студентам, які викладають матеріал достатньо послідовно, однак виявляють знання тільки основного програмного матеріалу (60–74 %), допускають окремі неточності, не досить правильні формулювання при викладі програмного матеріалу, одночасно володіють умінням виконання поставлених завдань.

Оцінка «незадовільно» (FX) виставляється студентам, які не знають значної частини програмного матеріалу (35–59 %), викладають його не послідовно, допускають істотні помилки, невпевнено, із великими утрудненнями виконують поставленні завдання.

Оцінка «незадовільно» (F) виставляється студентам, які не знають переважну частини програмного матеріалу (0–29 %), не здатні викласти його.

Переведення підсумкових рейтингових оцінок виражених у балах за багатобальною шкалою, в оцінки за національною шкалою та шкалою ЄКТС здійснюється відповідно до таблиці

Розподіл балів за національною шкалою та шкалою ЄКТС

Сумарна оцінка у балах 100-бальної шкали	Екзаменаційна оцінка за національною шкалою	Оцінка з заліку за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS
90–100	«відмінно»	«зараховано»	A
85–89	«добре»		B
75–84			C
70–74	«задовільно»		D
60–69			E
35–59	«незадовільно»	«не зараховано»	FX
0–34			F

Декан ФМФІТ Круглов В. Є.