МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА
Кафедра оптимального керування і економічної кібернетики

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Проректор з науково-педагогічної роботи
_____ Олександр ЗАПОРОЖЧЕНКО
"28" вересня 2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ВБ «Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма»

Рівень вищої освіти	другий (магістерський)
Галузь знань	**11 Математика та статистика**
Спеціальність	**113 Прикладна математика**
Освітньо-професійна програма	**Прикладна математика**

ОНУ
2022

Робоча програма навчальної дисципліни «Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма». – Одеса: ОНУ, 2022.

Розробник:
Круглов Віктор Євгенійович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри методів математичної фізики

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри методів математичної фізики

Протокол № 1 від. “30” серпня 2022 р.

Завідувач кафедри _____ Юрій ПРОЦЕРОВ

Погоджено із гарантом ОПП “Прикладна математика”.

_____ Ольга КІЧМАРЕНКО

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК)факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол № 1 від. “9” вересня 2022 р.

Голова НМК _____ Євген СТРАХОВ

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № ___ від. “____”_____20__ р.

Завідувач кафедри _____

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № ___ від. “____”_____20__ р.

Завідувач кафедри _____

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		очна (денна, вечірня) форма навчання
Загальна кількість: кредитів 4 ECTS	Галузь знань *11 Математика та статистика* (шифр і назва)	Дисципліна вільного вибору
годин 120		***Рік підготовки:***
		1-й
	Спеціальність *113 Прикладна математика* (код і назва)	***Семестр***
		2-й
змістових модулів 2		***Лекції***
		20 год.
		Практичні, семінарські
		20 год.
	Рівень вищої освіти: *другий (магістерський)*	***Лабораторні***
		Самостійна робота
		80 год.
		Форма підсумкового контролю: *залік*

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма» є ознайомлення студентів з основними положеннями та поняттями дисципліни, набуття професійних компетентностей щодо методів побудови математичних моделей прикладної математики, в тому числі для задач обробки сигналів, задач математичної фізики та обробки інформації.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма» є формування у студентів навичок знаходження або розробки розв'язання різних типів даних рівнянь.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

Інтегральна компетентність :

Здатність розв’язувати складні задачі і проблеми прикладної математики у професійної діяльності або у процесі навчання, що передбачає проведення досліджень та/або здійснення інновацій та характеризується невизначеністю умов і вимог.

Загальних компетентностей :

ЗК.01 Здатність навчатися та самонавчатися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики

ЗК.04 Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв’язування наукових і професійних задач

Фахових компетентностей:

ФК.02. Здатність розробляти методи побудови й дослідження моделей складних систем у різних галузях людської діяльності, будувати математичні моделі природних та соціальних явищ та чисельно їх розраховувати.

Очікувані результати навчання. В результаті вивчення дисципліни здобувач повинен

знати: Розпізнавати тип інтегрального рівняння, знайти або розробити тип його розв'язання. Мати спеціалізовані концептуальні знання, що включають сучасні наукові здобутки у предметі навчальної дисципліни;

вміти: Будувати ітеровані ядра, розв'язувати рівняння Вольтерра другого роду, доводити прості формули, надані в лекціях, досліджувати збіжність ряда Неймана,

розв'язувати вироджене рівняння, користуватися властивостями резольвенти Фредгольма, будувати мінори Фредгольма.

Вміти критично осмислювати проблеми у галузі прикладної математики та на межі з іншими галузями знань. Бути здатним до проведення досліджень з метою розвитку нових знань та процедур, бути здатним інтегрувати знання та розв’язувати складні задачі у широких або мультидисциплінарних контекстах, бути здатним розв’язувати проблеми у нових або незнайомих середовищах за наявності неповної або обмеженої інформації з урахуванням аспектів соціальної та етичної відповідальності, бути здатним продовжувати навчання з високим ступенем автономії.

Що забезпечує наступні програмні результати навчання:

ПРН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.

ПРН14. Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку.

3. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Рівняння Вольтерра.

Тема 1. Ітеровані ядра рівнянь Вольтерра.

Тема 2. Розв'язання інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду.

Тема 3. Рівняння Вольтерра першого роду. Зв'язок з лінійним диференціальним рівнянням.

Змістовий модуль 2. Рівняння Фредгольма.

Тема 4. Розв'язання рівняння Фредгольма методом послідовних наближень (ряд Неймана, резольвента ядра).

Тема 5. Розв'язання рівняння Фредгольма. Вироджене рівняння та загальний випадок.

Тема 6. Резольвента Фредгольма.

Тема 7. Ряди Фредгольма. Визначник та мінори Фредгольма. Зображення власних функцій ядра через мінори Фредгольма.

4. Структура навчальної дисципліни

Т Е М А	Кількість годин				
	очна (денна, вечірня) форма навчання				
	Усього	У тому числі			
		л	п/с	лаб	с.р.

1	2	3	4	5	6
Змістовий модуль 1. Рівняння Вольтерра.					
Тема 1. Ітеровані ядра рівнянь Вольтерра.	16	2		4	10
Тема 2. Розв'язання інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду.	17	3		4	10
Тема 3. Рівняння Вольтерра першого роду. Зв'язок з лінійним диференціальним рівнянням.	15	3		2	10
Разом за змістовим модулем 1	48	8		10	30
Змістовий модуль 2. Рівняння Фредгольма					
Тема 4. Розв'язання рівняння Фредгольма методом послідовних наближень (ряд Неймана, резольвента ядра).	16	3		3	10
Тема 5. Розв'язання рівняння Фредгольма. Вироджене рівняння та загальний випадок.	16	3		3	10
Тема 6. Резольвента Фредгольма.	12	2			10
Тема 7. Ряди Фредгольма. Визначник та мінори Фредгольма. Зображення власних функцій ядра через мінори Фредгольма.	28	4		4	20
Разом за змістовим модулем 2	72	12		10	50
Усього годин	120	20		20	80

5. Теми семінарських занять

Не передбачено навчальним планом

6. Теми практичних занять

Не передбачено навчальним планом

7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
		денна форма навчання
1	Побудова ітерованих ядер	4
2	Розв'язання конкретних рівнянь Вольтерра другого роду	4
3	Розв'язання конкретних рівнянь Вольтерра першого роду	2
4	Побудова ряда Неймана	3
5	Розв'язання рівнянь Фредгольма другого роду з виродженим ядром	3
6	Побудова рядів Фредгольма	4
Разом		20

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми/ види завдань	Кількість годин
1	Ітеровані ядра рівнянь Вольтерра.	6
2	Рівняння Вольтерра першого роду.	8
3	Зв'язок з лінійним диференціальним рівнянням.	6
4	Розв'язання інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду.	6
5	Розв'язання рівняння Фредгольма методом послідовних наближень (ряд Неймана).	6
6	Розв'язання рівняння Фредгольма методом послідовних наближень (резольвента ядра).	8
7	Розв'язання рівняння Фредгольма.	6
8	Вироджене рівняння та загальний випадок.	8
9	Резольвента Фредгольма.	6
10	Ряди Фредгольма.	8
11	Визначник та мінори Фредгольма.	6
12	Зображення власних функцій ядра через мінори Фредгольма.	6
	Разом	80

Самостійна робота оформлюється у вигляді доповіді та (або) виконання індивідуального завдання, обговорення та оцінювання яких здійснюється на поточному та підсумковому контролі.

Самостійна робота здобувачів забезпечується засобами Google Workspace for Education.

Навчально-методичне забезпечення: робоча програма навчальної дисципліни; навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти (тексти, схеми) лекцій; мультимедійні презентації; плани практичних занять; методичні вказівки (рекомендації) щодо самостійного вивчення дисципліни.

Критерії оцінювання виконання самостійної роботи**:**

– своєчасність виконання;

– доброчесність та коректність у представлені текстів, презентацій та посилань (у разі доведеного плагіату бали за роботу анулюються);

– повнота, грамотність і коректність розкриття основних положень;

– творчий підхід до постановки і реалізації завдання;

– відповідність формальним критеріям (структура, послідовність, логічність, мовна грамотність, якість оформлення тощо).

– вміння застосовувати теоретичні знання для рішення практичних завдань.

9. Методи навчання

Метод проблемного викладення (наукового пошуку).

Пояснювально-ілюстративні методи: лекція, пояснення, самостійне опрацювання літературних джерел, робота з електронними конспектами лекцій та презентаціями, опрацювання наукових публікацій.

Наочні методи (презентації, ілюстрації, презентації результатів власних досліджень).

Репродуктивні методи та практичні методи: розв’язування задач за алгоритмами конкретних методів, практичні роботи, виконання індивідуальних завдань.

Дослідницький метод.

Методи формування і стимулювання пізнавальної діяльності: навчальні дискусії

10. Форми контролю і методи оцінювання

Методи поточного періодичного контролю: індивідуальне усне поточне опитування, оцінювання доповідей, оцінювання виконання та захисту індивідуальних завдань, письмові поточні самостійні роботи.

Підсумковий контроль - залік. Підсумкова оцінка визначається як сума балів за поточний і періодичний контроль за 100-бальною системою, виставляється за результатами роботи здобувача вищої освіти впродовж всього семестру.

При оцінюванні в балах рівня засвоєння матеріалу використовуються загальні критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти:

Оцінка за національною шкалою та відсоток від максимальної кількості балів	Теоретична підготовка	Практична підготовка
	Здобувач освіти	
Відмінно (90-100% від максимальної кількості балів)	у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.	глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/ розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує творчі завдання та ініціює нові шляхи їх виконання; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу; проявляє творчий підхід до виконання індивідуальних та колективних завдань при самостійній роботі.
Добре (75-89% від максимальної кількості балів)	достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та	правильно вирішив більшість розрахункових /тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання

	аргументації, застосовує знання для розв’язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	
Задовільно (60-74% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв’язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв’язків і формулювання висновків.	може використовувати знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв’язків і формулювання висновків.
Незадовільно з можливістю повторного складання (35-59% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вміє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки	недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.
Незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни (0-34% від	не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача

максимальної кількості балів)		

Примітка: максимальна кількість балів за кожною темою вказана в п.12.

11. Питання для поточного, періодичного та підсумкового контролю

1. Ітеровані ядра рівнянь Вольтерра.
2. Розв'язання інтегральних рівнянь Вольтерра другого роду.
3. Рівняння Вольтерра першого роду.
4. Зв'язок з лінійним диференціальним рівнянням.
5. Розв'язання рівняння Фредгольма методом послідовних наближень (ряд Неймана).
6. Розв'язання рівняння Фредгольма методом послідовних наближень (резольвента ядра).
7. Розв'язання рівняння Фредгольма.
8. Вироджене рівняння та загальний випадок.
9 Резольвента Фредгольма.
10. Ряди Фредгольма.
11.Визначник та мінори Фредгольма.
12. Зображення власних функцій ядра через мінори Фредгольма.

12. Розподіл балів, які отримують здобувачі

Змістовний модуль 1			**Змістовний модуль 2**				Всього
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	Т7	
6	10	8	10	8	10	8	100

Розподіл балів за видами навчальної роботи

Види навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовий модуль 1			
Поточний контроль на лекціях	2	5	10
Виконання лабораторних робіт	16	2	32
Усього за змістовим модулем 1			**0 – 42**

Змістовий модуль 2			
Поточний контроль на лекціях	3	6	18
Виконання лабораторних робіт	20	2	40
Усього за змістовим модулем 2			**0 – 58**
Підсумкова сума балів			**0 – 100**

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	**A**	відмінно	зараховано
85-89	**B**	добре	
75-84	**C**		
70-74	**D**	задовільно	
60-69	**E**		
35-59	**FX**	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	**F**	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

13. Навчально-методичне забезпечення

Робоча програма навчальної дисципліни; силабус; навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти лекцій; мультимедійні презентації; плани практичних занять.

14. Рекомендована література

Основна

1. Бабенко В.М., Черненко В.М. Інтегральні рівняння Фредгольма та Вольтерра зі змінними межами і метод функцій ядра. Київ: Вища школа, 1989. 176 с.
2. Гурдус І.М. Інтегральні рівняння зі змінними межами. Київ: Вища школа, 1991. 432 с.

3. Муравський І.О. Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма зі змінними межами і їх застосування в гідродинаміці. Львів: Світ, 2007. 344 с.
4. Пономаренко О.В., Черненко В.М. Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма зі змінними межами та їх застосування. Київ: Вища школа, 2015. 480 с.
5. Сидоренко М.І. Інтегральні рівняння зі змінними межами та їх застосування. Київ: Вища школа, 1989. 224 с.
6. Шевченко І.В. Інтегральні рівняння Вольтерра та Фредгольма: нелінійність та чисельні методи. Науковий вісник НЛТУ України, 2011. С. 118-123.
7. Шкляр А.А. Теорія інтегральних рівнянь. Київ: Київський університет, 2006. 208 с.

Додаткова

1. F.G.Tricomi. Integral Equations, Inter.Publ., London,1957.
2. E.Kamhe. Gewöhnliche Differentialgleichungen 6. Verbesserte oufgabe, Leipzig, 1959. С. 204-211.
3. D.Gilbert. Grundzuge einer allgemeine. Teorie der linearen. Integralgleichungen, Leipzig - Berlin, (2. Aufl, 1924).
4. Кузьменко М.І., Самойленко А.М. Інтегральні рівняння Вольтерра і Фредгольма. Наукові вісті НТУУ «КПІ». Серія: Математика. Механіка. 2011. Вип. 2. С. 79-85с.
5. Кузьменко М.І., Самойленко А.М. Інтегральні рівняння Вольтерра і Фредгольма з сингулярним ядром. Наукові праці Кіровоградського національного технічного університету. Технічні науки. 2012. Вип. 22. С. 177-183с.
6. Самойленко А.М. Теорія інтегральних рівнянь зі змінними межами і деякі застосування. Математичні методи та фізико-механічні поля. 2009. Т. 52. Вип. 2. С. 15-24с.

15. Електронні інформаційні ресурси

1. http://nbuv.gov.ua/ – Сайт Національної бібліотеки України імені В. І. Вернадського;
2. http://www.dnpb.gov.ua/ – Сайт Державної науково-педагогічної бібліотеки України імені В.О. Сухомлинського;
3. http://onu.edu.ua/ – Сайт бібліотеки ОНУ імені І. І. Мечникова;
4. http://odnb.odessa.ua/ – Сайт Одеської національної наукової бібліотеки;
5. http://korolenko.kharkov.com/ – Сайт Харківської державної наукової бібліотеки імені В.Г. Короленка;
6. https://www.imath.kiev.ua/ – Сайт Інституту математики НАН України;
7. https://umj.imath.kiev.ua/ – Український математичний журнал;
8. https://imath.kiev.ua/~nosc/web/?lang=ua/ – журнал Нелінійні коливання.
9. http://www.ams.org/publications/math-reviews/math-reviews - реферативний математичний журнал, що видається AMS

10. https://zbmath.org/ - реферативний математичний журнал видавництва «Шпрингер» та електронна база даних «ZBMATH — The database Zentralblatt MATH»
11. https://scholar.google.com/ - Google Scholar, пошукова система, яка індексує повний текст наукових публікацій всіх форматів і дисциплін.
12. https://indexcopernicus.com/ - Index Copernicus (IC) — онлайнова наукометрична база даних
13. https://www.scopus.com/home.uri - Scopus, бібліографічна і реферативна база даних
14. https://clarivate.com/products/web-of-science/ - Web of Science, бази наукової літератури і патентів
15. https://en.wikipedia.org/wiki/Time-scale_calculus -Time scale - Wikipedia.