МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА
Кафедра оптимального керування і економічної кібернетики

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Проректор з науково-педагогічної роботи
_____ Олександр ЗАПОРОЖЧЕНКО
" 12 " вересня 2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ВК 00 «Чисельні методи дробово-диференціального обчислення»

Рівень вищої освіти	**другий (магістерський)**
Галузь знань	**11 Математика та статистика**
Спеціальність	**113 Прикладна математика**
Освітньо-професійна програма	**Прикладна математика**

ОНУ
2022

Робоча програма навчальної дисципліни «Чисельні методи дробово-диференціального обчислення». Одеса: ОНУ, 2022. 14 с.

Розробники:
Вербіцький Віктор Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № 1 від. “30” серпня 2022 р.

Завідувач кафедри _____ Ольга КІЧМАРЕНКО

Погоджено із гарантом ОПП “Прикладна математика”.

_____ Ольга КІЧМАРЕНКО

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК)факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол № 1 від. “9” вересня 2022 р.

Голова НМК _____ Євген СТРАХОВ

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № ___ від. “____”_____20__ р.

Завідувач кафедри _____

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № ___ від. “____”_____20__ р.

Завідувач кафедри _____

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		очна (денна, вечірня) форма навчання
Загальна кількість: кредитів 4 ECTS	Галузь знань *11 Математика та статистика* (шифр і назва)	Нормативна
годин 120		***Рік підготовки:***
		1-й
	Спеціальність *113 Прикладна математика* (код і назва)	***Семестр***
		2-й
змістових модулів 2		***Лекції***
		20 год.
		Практичні, семінарські
		20 год.
	Рівень вищої освіти: *другий (магістерський)*	***Лабораторні***
		Самостійна робота
		80 год.
		Форма підсумкового контролю: *залік*

Мета та завдання навчальної дисципліни

Метою викладання навчальної дисципліни «Чисельні методи дробово-диференціального обчислення» є надання знань щодо побудови числових розв'язків початкових та крайових задач для дробових диференціальних рівнянь.

Основними завданнями вивчення дисципліни «Паралельні алгоритми обчислювальної математики» є ознайомлення з різними визначеннями дробових інтегралів та похідних, з початковими та крайовими задача з дробовими похідними різного типу, з методами апроксимації дробових інтегралів, похідних, початкових та крайових задач.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

Інтегральна компетентність :

Здатність розв'язувати складні задачі і проблеми прикладної математики у професійної діяльності або у процесі навчання, що передбачає проведення досліджень та/або здійснення інновацій та характеризується невизначеністю умов і вимог.

Загальних компетентностей :

ЗК.01 Здатність генерувати нові ідеї (креативність) й нестандартні підходи до їх реалізації

ЗК.03 Здатність ставити та вирішувати задачі на основі абстрактного мислення, аналізу й синтезу

ЗК.04 Здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних задач

ЗК.05 Здатність спілкуватися англійською мовою, читати та аналізувати документацію, наукові, науково-технічні статті тощо

Фахових компетентностей:

ФК.01 Здатність формалізувати та розв'язувати складні задачі й проблеми, які потребують оновлення й інтеграції знань, часто в умовах неповної, неточної чи недостатньої інформації та суперечливих вимог

ФК.02 Здатність розробляти методи побудови й дослідження моделей складних систем у різних галузях людської діяльності, будувати математичні моделі природних та соціальних явищ та чисельно їх розраховувати

ФК.04 Здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань

.

Очікувані результати навчання. В результаті вивчення дисципліни здобувач повинен

знати: різні визначення дробових інтегралів та похідним; методи апроксимації дробових інтегралів, похідних, початкових та крайових задач. мати спеціалізовані концептуальні знання, що включають сучасні наукові здобутки у предметі навчальної дисципліни;

вміти: побудувати апроксимацію дробової крайової задачі; створити програмний додаток що знаходить розв'язок побудованої апроксимації дробової крайової задачі.

Вміти критично осмислювати проблеми у галузі прикладної математики та на межі з іншими галузями знань. Бути здатним до проведення досліджень з метою розвитку нових знань та процедур, бути здатним інтегрувати знання та розв'язувати складні задачі у широких або мультидисциплінарних контекстах, бути здатним розв'язувати проблеми у нових або незнайомих середовищах за наявності неповної або обмеженої інформації з урахуванням аспектів соціальної та етичної відповідальності, бути здатним продовжувати навчання з високим ступенем автономії.

Що забезпечує наступні програмні результати навчання:

ПРН03. Вміти професійно спілкуватись однією з іноземних мов в усній і письмовій формах, організовувати комунікацію й управляти нею

ПРН06. Вміти застосовувати математичний апарат при вирішенні актуальних задач на практиці

ПРН07. Вміти будувати моделі складних систем, обирати методи їх дослідження, реалізовувати побудовані моделі програмно та перевіряти їх адекватність за допомогою комп'ютера

ПРН09. Виявляти здатність до самонавчання та продовження професійного розвитку

2. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Диференціальні рівняння дробового порядку

Тема 1. Інтегральні та диференціальні оператори Рімана-Ліувілля.
Інтеграли Рімана-Ліувілля. Похідні Рімана-Ліувілля. Взаємодія між інтегралами та похідними Рімана-Ліувілля. Оператори Грюнвальда-Летнікова. Дробові похідні Капуто. Визначення та основні властивості. Функції Міттаг-Леффлера.
Тема 2. Початкові та крайові задачі для рівнянь з дробовими похідними.
Дробове рівняння з похідною Рімана-Ліувілля. Дробове рівняння з похідною Капуто. Визначення крайових умов для дробових диференційних рівнянь.

Змістовий модуль 2. Апроксимація диференціальних рівнянь дробового порядку

Тема 3. Числові методи дробового інтегрування. Методи що основані на поліноміальній інтерполяції.

Тема 4. Апроксимація похідних Рімана-Ліувілля.
Апроксимація похідних типу Грюнвальда-Летнікова. Методи L1, L2 L2C. Апроксимації що засновані на поліноміальній інтерполяції.

Тема 5. Числові методи розв'язання дробових звичайних диференціальних рівнянь. Початкова задача з похідною Капуто. Прямі методи. Інтегральні методи.

Тема 6. Метод скінченних елементів для дробових диференціальних рівнянь другого порядку. Початкові визначення. Метод скінченних елементів для стаціонарного дробового адвективного дисперсійного рівняння. Варіаційне формулювання. Визначення скінченно-елементних просторів. Скінченно-вимірне варіаційне формулювання. Збіжність та оцінки похибки скінченно-елементного розв’язку.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Очна (денна, вечірня) форма					
	усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7
Змістовий модуль 1. Диференціальні рівняння дробового порядку						
Тема 1. Інтегральні та диференціальні оператори Рімана-Ліувілля.	30	6				24
Тема 2. Початкові та крайові задачі для рівнянь з дробовими похідними.	8	2				6
Разом за змістовим модулем 1	38	8				30
Змістовий модуль 2. Апроксимація диференціальних рівнянь дробового порядку						
Тема 3. Числові методи дробового інтегрування.	8	2		2		4
Тема 4. Апроксимація похідних Рімана-Ліувілля	10	2		2		6
Тема 5. Числові методи розв'язання дробових звичайних диференціальних рівнянь.	18	4		4		10
Тема 6. Метод скінченних елементів для дробових диференціальних рівнянь другого порядку.	46	4		12		30
Разом за змістовим модулем 2	82	12		20		50
Усього годин	**120**	**20**		**20**		**80**

5. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені

6. Теми практичних занять

Практичні заняття не передбачені

7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Числові методи дробового інтегрування.	2
2	Апроксимація похідних дробового порядку	2
3	Числові методи розв'язання дробових звичайних диференціальних рівнянь.	4
4	Метод скінченних елементів для дробових диференціальних рівнянь другого порядку.	12
	Разом	20

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми/ види завдань	Кількість годин
1	Тема 1. Інтегральні та диференціальні оператори Рімана-Ліувілля. / підготовка до лекції	24
2	Тема 2. Початкові та крайові задачі для рівнянь з дробовими похідними. / підготовка до лекції	6
3	Тема 3. Числові методи дробового інтегрування. / підготовка до лекції та лабораторної роботи	4
4	Тема 4. Апроксимація похідних Рімана-Ліувілля підготовка до лекції та лабораторної роботи	6
5	Тема 5. Числові методи розв'язання дробових звичайних диференціальних рівнянь. підготовка до лекції та лабораторної роботи	10
6	Тема 6. Метод скінченних елементів для дробових диференціальних рівнянь другого порядку. підготовка до лекції та лабораторної роботи	30
	Разом	80

Самостійна робота оформлюється у вигляді доповіді та (або) виконання індивідуального завдання, обговорення та оцінювання яких здійснюється на поточному та підсумковому контролі.

Самостійна робота здобувачів забезпечується засобами Google Workspace for Education.

Навчально-методичне забезпечення: робоча програма навчальної дисципліни; навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти (тексти, схеми) лекцій; мультимедійні презентації; плани практичних занять; методичні вказівки (рекомендації) щодо самостійного вивчення дисципліни.

Критерії оцінювання виконання самостійної роботи**:**

– своєчасність виконання;

– доброчесність та коректність у представлені текстів, презентацій та посилань (у разі доведеного плагіату бали за роботу анулюються);

– повнота, грамотність і коректність розкриття основних положень;

– творчий підхід до постановки і реалізації завдання;

– відповідність формальним критеріям (структура, послідовність, логічність, мовна грамотність, якість оформлення тощо).

– вміння застосовувати теоретичні знання для рішення практичних завдань.

9. Методи навчання

Метод проблемного викладення (наукового пошуку).

Пояснювально-ілюстративні методи: лекція, пояснення, самостійне опрацювання літературних джерел, робота з електронними конспектами лекцій та презентаціями, опрацювання наукових публікацій.

Наочні методи (презентації, ілюстрації, презентації результатів власних досліджень).

Репродуктивні методи та практичні методи: розв'язування задач за алгоритмами конкретних методів, практичні роботи, виконання індивідуальних завдань.

Дослідницький метод.

Методи формування і стимулювання пізнавальної діяльності: навчальні дискусії

10. Форми контролю і методи оцінювання

Методи поточного періодичного контролю: індивідуальне усне поточне опитування, оцінювання доповідей, оцінювання виконання та захисту індивідуальних завдань, письмові поточні самостійні роботи.

Підсумковий контроль - іспит. Підсумкова оцінка визначається як сума балів за поточний і періодичний контроль та за **іспит** - за 100-бальною системою, виставляється за результатами роботи здобувача вищої освіти впродовж всього семестру.

При оцінюванні в балах рівня засвоєння матеріалу використовуються загальні критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти:

Оцінка за національною шкалою та відсоток від максимальної кількості балів	Теоретична підготовка	Практична підготовка
	Здобувач освіти	
Відмінно (90-100% від максимальної	у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано	глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/

кількості балів)	його викладає під час усних виступів та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.	розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує творчі завдання та ініціює нові шляхи їх виконання; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу; проявляє творчий підхід до виконання індивідуальних та колективних завдань при самостійній роботі.
Добре (75-89% від максимальної кількості балів)	достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	правильно вирішив більшість розрахункових /тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання

Задовільно (60-74% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.	може використовувати знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.
Незадовільно з можливістю повторного складання (35-59% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вміє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки	недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.
Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни (0-34% від максимальної кількості балів)	не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача

Примітка: максимальна кількість балів за кожною темою вказана в п.12.

11. Питання для поточного та періодичного контролю

1. Інтеграли Рімана-Ліувілля.
2. Похідні Рімана-Ліувілля.
3. Взаємодія між інтегралами та похідними Рімана-Ліувілля.
4. Оператори Грюнвальда-Летнікова.
5. Дробові похідні Капуто. Визначення та основні властивості.
6. Функції Міттаг-Леффлера.
7. Дробове рівняння з похідною Рімана-Ліувілля.
8. Дробове рівняння з похідною Капуто.
9. Визначення крайових умов для дробових диференційних рівнянь.
10. Числові методи дробового інтегрування що основані на поліноміальній інтерполяції.
11. Апроксимація похідних типу Грюнвальда-Летнікова.
12. Методи L1, L2 L2C.
13. Апроксимації дробових похідних що основані на поліноміальній інтерполяції.
14. Апроксимація початкової задачі з похідною Капуто.
15. Прямі методи апроксимації початкової задачі.
16. Інтегральні методи апроксимації початкової задачі.
17. Метод скінченних елементів для стаціонарного дробового адвективного дисперсійного рівняння. Варіаційне формулювання.
18. Визначення скінченно-елементних просторів.
19. Скінченно-вимірне варіаційне формулювання.
20. Збіжність та оцінки похибки скінченно-елементного розв’язку.

12. Розподіл балів, які отримують здобувачі

Змістовний модуль 1		**Змістовний модуль 2**				Всього
Т1	Т2	Т3	Т3	Т5	Т6	
10	10	20	20	20	20	100

Розподіл балів за видами навчальної роботи

Види навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовий модуль 1			
Поточний контроль на лекціях	10	2	20
Виконання лабораторних робіт			
Усього за змістовим модулем 1			**0 – 20**
Змістовий модуль 2			
Поточний контроль на лекціях	10	2	20
Виконання лабораторних робіт	15	4	60
Усього за змістовим модулем 2			**0 – 80**
Підсумковий контроль - залік			
Підсумкова сума балів			**0 – 100**

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	**A**	відмінно	зараховано
85-89	**B**	добре	
75-84	**C**		
70-74	**D**	задовільно	
60-69	**E**		
35-59	**FX**	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	**F**	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

13. Навчально-методичне забезпечення

Робоча програма навчальної дисципліни; силабус; навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти лекцій; мультимедійні презентації; плани практичних занять.

14. Рекомендована література

Основна

1. Kai D. The Analysis of Fractional Differential Equations. / Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010. 281 p.
2. Li Ch.. Numerical Methods for Fractional Calculus / CRC Press, 2015. 281 p.
3. Podlubny I. Fractional Differential Equations. / New York: Academic Press, 1999. 340 p.

Додаткова

1. Anastassiou G. A., Argyros I. K. Functional Numerical Methods: Applications to Abstract Fractional Calculus / Springer International Publishing AG, 2018. 162 p.
2. Ervin V.J. Regularity of the solution to fractional diffusion, advection, reaction equations in weighted Sobolev spaces. *Journal of Differential Equations*. 2021. Vol. 278, P. 294-325.
3. Fu T., Duan B., Zheng Z., An Effective Finite Element Method with Singularity Reconstruction for Fractional Convection-diffusion Equation. *Journal of Scientific Computing*, 2021. Vol. 88, Num. 3. (DOI https://doi.org/10.1007/s10915-021-01573-1)

15. Електронні інформаційні ресурси

1. http://nbuv.gov.ua/ – Сайт Національної бібліотеки України імені В. І. Вернадського;
2. http://www.dnpb.gov.ua/ – Сайт Державної науково-педагогічної бібліотеки України імені В.О. Сухомлинського;
3. http://onu.edu.ua/ – Сайт бібліотеки ОНУ імені І. І. Мечникова;
4. http://odnb.odessa.ua/ – Сайт Одеської національної наукової бібліотеки;
5. http://korolenko.kharkov.com/ – Сайт Харківської державної наукової бібліотеки імені В.Г. Короленка;
6. https://www.imath.kiev.ua/ – Сайт Інституту математики НАН України;
7. https://umj.imath.kiev.ua/ – Український математичний журнал;
8. https://imath.kiev.ua/~nosc/web/?lang=ua/ – журнал Нелінійні коливання.
9. http://www.ams.org/publications/math-reviews/math-reviews - реферативний математичний журнал, що видається AMS
10. https://zbmath.org/ - реферативний математичний журнал видавництва «Шпрингер» та електронна база даних «ZBMATH — The database Zentralblatt MATH»
11. https://scholar.google.com/ - Google Scholar, пошукова система, яка індексує повний текст наукових публікацій всіх форматів і дисциплін.
12. https://indexcopernicus.com/ - Index Copernicus (IC) — онлайнова наукометрична база даних

13. https://www.scopus.com/home.uri - Scopus, бібліографічна і реферативна база даних
14. https://clarivate.com/products/web-of-science/ - Web of Science, бази наукової літератури і патентів
15. Netlib is a collection of mathematical software, papers, and databases. – Режим доступу:http://netlib.org