МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА

Кафедра математичного аналізу

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Проректор з науково-педагогічної роботи

_____ Олександр ЗАПОРОЖЧЕНКО
_____ 2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«Вступ до гармонічного аналізу»

Рівень вищої освіти	**третій (освітньо-науковий)**
Галузь знань	**11 Математика та статистика**
Спеціальність	**111 Математика**
Освітньо-наукова програма	**Математика**

ОНУ
2022

Робоча програма навчальної дисципліни «Вступ до гармонічного аналізу». – Одеса: ОНУ, 2022.

Розробники:
Кореновський Анатолій Олександрович, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичного аналізу

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № 2 від. “ 11 ” листопада 2022 р.

Завідувач кафедри _____ Анатолій КОРЕНОВСЬКИЙ

Погоджено із гарантом ОНП «Математика» В’ячеслав ЄВТУХОВ

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол № 3 від. “ 15 ” листопада 2022 р.

Голова НМК _____ Євген СТРАХОВ

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № ___ від. “____”_____20__ р.

Завідувач кафедри _____

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № ___ від. “____”_____20__ р.

Завідувач кафедри _____

1. Опис навчальної дисципліни

<table>
<tr><td rowspan="2">Найменування показників</td><td rowspan="2">Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти</td><td colspan="2">Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td>денна форма навчання</td><td>заочна форма навчання</td></tr>
<tr><td rowspan="13">Загальна кількість:

кредитів – 3

годин – 90

залікових модулів – 1

змістових модулів – 3</td><td rowspan="13">Галузь знань
11 Математика та статистика

Спеціальність
111 Математика

Спеціалізації:
_____
(назва)

Рівень вищої освіти:
третій
(освітньо-науковий)</td><td colspan="2">За вибором</td></tr>
<tr><td colspan="2">Рік підготовки:</td></tr>
<tr><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Семестр</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td>12 год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні, семінарські</td></tr>
<tr><td>10 год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторні</td></tr>
<tr><td>год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>68 год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Форма підсумкового контролю:
залік</td></tr>
</table>

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета дисципліни: - вивчення загальних принципів розвинення функцій в ряди Фур'є, представлення їх інтегралами Фур'є та інших згорток, розвинення в ряди за різними ортогональнимим системами. Навчитись будувати розвинення конкретних функцій..

Завданнями дисципліни є ознайомлення з теоретичними основами та практикою використання апарату теорії рядів та інтегралів Фур'є у певній предметній області.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

- ФК 01. Глибокі знання та розуміння загальних та спеціальних математичних дисциплін.
- ФК 02. Розуміння та всебічний аналіз положень (тверджень) з різних математичних курсів та їх доведень.
- ФК 03. Здатність будувати математичні моделі для опису та подальшого аналізу явищ та процесів.
- ФК 04. Здатність до переносу результатів математичних досліджень на нематематичні контексти.
- ФК 05. Здатність до абстракції, вміння логічно формалізувати окремі теорії та знання, встановлювати зв'язок між ними.
- ФК 06. Здатність до постановки та вивчення нових проблем з різноманітних областей математичного знання.
- ФК 07. Здатність формулювати математичні проблеми та виявляти їх сутність.
- ФК 10. Здатність використання і створення нових методів розвитку сучасних математичних досягнень.

Очікувані результати навчання. В результаті вивчення дисципліни аспірант повинен

знати: сучасні напрямки розвитку наукових досліджень у даній галузі, зокрема методи розвинення функцій у ряди та інтеграли Фур'є та за іншими базисами чи у вигляді згорток;

вміти: будувати розвинення різних функцій в ряди, представляти їх у інтегральній формі у вигляді згорток та досліджувати властивості таких перетворень.

Програмні результати навчання:

● ПРН 05. Вміти здійснювати аналіз поставленої задачі, працювати з літературою, обирати шляхи до вирішення проблеми, застосовувати сучасні методи дослідження, робити висновки, оцінювати отримані результати, поширювати методики дослідження на більш загальні об'єкти, а також генерувати нові ідеї та підходи для вирішення складних актуальних задач.

● ПРН 11. Вміти використовувати знання обраних основних та спеціальних математичних дисциплін для вирішення наукових проблем за напрямком дисертаційного дослідження.

● ПРН 12. Вміти надавати всебічну інтерпретацію тверджень, проводити їх узагальнення; відрізняти основні ідеї від деталей та технічних викладок; удосконалювати доведення.

● ПРН 13. Вміти розв'язувати конкретні математичні задачі сформульовані у термінах певної предметної області; оцінювати ступінь адекватності математичної моделі явищу, яке вона описує.

3. Зміст навчальної дисципліни

Вступ.

1. Парні, непарні та періодичні функції.
2. Кусково неперервні та кусково гладкі функції.
3. Числові та функціональні ряди.
4. Інтеграл Рімана.
5. Наближення інтегровних функцій.
6. Невласні інтеграли, що залежать від параметра.
7. Нерівність Коші – Шварца.
8. Підсумовування послідовностей та рядів.

Змістовний модуль 1. Ряди Фур'є.

1. Тригонометрична система.
2. Комплексна форма рядів Фур'є.
3. Функції довільного періоду.
4. Ортогональні системи.
5. Інтегральне представлення частинних сум.
6. Рівномірна збіжність рядів Фур'є.
   - Диференціювання ряду Фур'є.
   - Рівномірна збіжність.
   - Почленне інтегрування ряду Фур'є.
7. Повні ортогональні системи.
8. Підсумовування рядів Фур'є.

Змістовний модуль 2. Перетворення Фур'є.

1. Основні властивості.
   - Означення та приклади.
   - Неперервність та прямування до нуля перетворення Фур'є.
   - Перетворення Фур'є гауссіана.
   - Основні властивості перетворення Фур'є.
2. Обернення методом Гуасса – Вейєрштрасса.
3. Обернення методом Діріхлє.
4. Згортки.
5. Тотожність Планшереля.

Змістовний модуль 3. Поліноми Лежандра.

1. Означення та рекурентна формула.
2. Формула Родригеса.
3. Ортогональність.
4. Повнота.

5. Рівняння Лежандра.
6. Інтегральне представлення Лапласа.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Вступ						
1. Парні, непарні та періодичні функції. 2. Кусково неперервні та кусково гладкі функції. 3. Числові та функціональні ряди. 4. Інтеграл Рімана. 5. Наближення інтегровних функцій. 6. Невласні інтеграли, що залежать від параметра. 7. Нерівність Коші – Шварца. 8. Підсумовування послідовностей та рядів.	8	2				6
Разом Вступ	8	2				6
Змістовий модуль 1. Ряди Фур'є.						
Тригонометрична система.		4	4			2
Комплексна форма рядів Фур'є.						2
Функції довільного періоду.						2
Ортогональні системи.						2
Інтегральне представлення частинних сум.						2
Рівномірна збіжність рядів Фур'є. - Диференціювання ряду Фур'є. - Рівномірна збіжність. - Почленне інтегрування ряду Фур'є.						4
Повні ортогональні системи.						2
Підсумовування рядів Фур'є						2
Разом за змістовим модулем 1	26	4	4			18
Змістовий модуль 2. Перетворення Фур'є.						
Основні властивості. - Означення та приклади. - Неперервність та прямування до нуля перетворення Фур'є. - Перетворення Фур'є гауссіана. - Основні властивості перетворення Фур'є.		4	4			6
Обернення методом Гуасса – Вейєрштрасса.						4
Обернення методом Діріхлє.						4
Згортки.						4

Тотожність Планшереля						4
Разом за змістовим модулем 2	30	4	4			22
Змістовий модуль 3. Поліноми Лежандра.						
Означення та рекурентна формула.		2	2			4
Формула Родригеса.						4
Ортогональність.						2
Повнота.						4
Рівняння Лежандра.						4
Інтегральне представлення Лапласа						4
Разом за змістовим модулем 3	26	2	2			22
Усього годин	**90**	**12**	**10**			**68**

6. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені.

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	Ряди Фур'є	
1	Дослідження конкретних систем на ортогональність. Побудова рядів Фур'є конкретних функцій. Дослідження поточкової збіжності рядів Фур'є. Дослідження на рівномірну збіжність.	2
2	Розв'язування задач із застосуванням рядів Фур'є, обчислення сум числових рядів. Підсумовування рядів Фур'є та наближення неперервних функцій тригонометричними і алгебраїчними поліномами.	2
	Перетворення Фур'є	
3	Обчислення перетворень Фур'є для конкретних функцій. Обчислення косинус- та синус-перетворень.	1
4	Застосування операцій над перетвореннями Фур'є до побудови перетворень Фур'є. Обернення перетворень Фур'є методом Гаусса – Вейєрштрасса та методом Діріхле.	1
5	Згортки та операції над ними. Розв'язування рівнянь з використанням згорток.	2
	Поліноми Лежандра	
6	Означяення поліномів Лежандра, рекурентна формула для їх побудови, властивості, твірна функція.	1
7	Формула Родригеса для поліномів Лежандра. Ортогональність поліномів та повнота. Наближення неперервних функцій поліномами.	1
	Всього	**10**

7. Теми лабораторних занять

Лабораторні роботи не передбачені.

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	1. Парні, непарні та періодичні функції. 2. Кусково неперервні та кусково гладкі функції. 3. Числові та функціональні ряди. 4. Інтеграл Рімана. 5. Наближення інтегровних функцій. 6. Невласні інтеграли, що залежать від параметра. 7. Нерівність Коші – Шварца. 8. Підсумовування послідовностей та рядів.	6
2	Тригонометрична система.	2
3	Комплексна форма рядів Фур'є.	2
4	Функції довільного періоду.	2
5	Ортогональні системи.	2
6	Інтегральне представлення часткових сум.	2
7	Рівномірна збіжність рядів Фур'є. - Диференціювання ряду Фур'є. - Рівномірна збіжність. - Почленне інтегрування ряду Фур'є.	4
8	Повні ортогональні системи.	2
9	Підсумовування рядів Фур'є	2
10	Основні властивості. - Означення та приклади. - Неперервність та прямування до нуля перетворення Фур'є. - Перетворення Фур'є гауссіана. - Основні властивості перетворення Фур'є.	6
11	Обернення методом Гуасса – Вейєрштрасса.	4
12	Обернення методом Діріхлє.	4
13	Згортки.	4
14	Тотожність Планшереля	4
15	Означення та рекурентна формула.	4
16	Формула Родригеса.	4
17	Ортогональність.	2
18	Повнота.	4
19	Рівняння Лежандра.	4
20	Інтегральне представлення Лапласа	4
	Разом	**68**

Критерії оцінювання виконання самостійної роботи

1. Структура – короткі повідомлення оформлюються на папері (2-3 сторінки) або у вигляді короткої презентації із використанням застосунків для створення презентацій. Друкований текст –14 кегль, інтервал 1,5, Times New Roman. Вимогою до презентації є яскравість, інформативність, презентабельність (5-7 слайдів для короткого повідомлення). Усі матеріали мають супроводжуватись переліком використаних інформаційних джерел.

2. Критерії для оцінювання:

– своєчасність виконання;

– самостійність виконання (у разі доведеного плагіату бали за роботу анулюються);

– повнота, грамотність і коректність розкриття основних положень;

– творчий підхід до постановки і реалізації завдання;

– відповідність формальним критеріям (структура, послідовність, логічність, мовна грамотність, якість оформлення тощо).

– вміння застосовувати теоретичні знання для вирішення практичних завдань.

Для самостійної роботи аспіранти можуть користуватися джерелами та ресурами, наведеними у п. 13, 14, 15.

9. Методи навчання

Метод проблемного викладення (наукового пошуку)

Пояснювально-ілюстративні методи:

- лекція
- пояснення
- інструктаж
- самостійне опрацювання літературних джерел

Інформаційно – повідомляючий метод

Наочні методи(презентації, ілюстрації)

Репродуктивні методи:

- закріплення вивченого на основі зразка (побудова моделей, розв'язування задач)
- розв'язування задач за алгоритмами конкретних методів
- вправи
- практичні роботи

Дослідницький метод

10. Методи контролю

Методи усного контролю:

- фронтальне і індивідуальне усне опитування
- усний залік

Методи письмового контролю:

- письмові самостійні і контрольні роботи
- письмовий залік

11. **Питання для підсумкового контролю**

1. Навести означення тригонометричної системи. Навести комплексну форму рядів Фур'є. Навести модифікацію тригонометричної системи для функцій довільного періоду.
2. Сформулювати означення ортогональної системи та відповідних рядів Фур'є за такими системами..
3. Вивести інтегральне представлення частинних сум ряду Фур'є за тригонометричною системою. Довести теорему про поточкову збіжність ряду Фур'є та наслідки з неї.

4. Сформулювати та довести теорему про почленне диференціювання ряду Фур’є.
5. Сформулювати та довести теорему про рівномірну збіжність ряду Фур’є.
6. Сформулювати та довести теорему про почленне інтегрування ряду Фур’є.
7. Навести означення повної ортогональної системи. Сформулювати та довести критерій повноти у класі неперервних функцій.
8. Надати означення підсумовуності ряду в сенсі Чезаро. Сфомрулювати та довести теорему Фейєра про підсумовуваність тригонометричного ряду Фур’є.
9. Навести означення, приклади та довести основні властивості перетворення Фурє.
10. Довести неперервність та прямування до нуля перетворення Фур’є. Вивести перетворення Фур'є гауссіана.
11. Сформулювати та довести теорему про обернення перетворення Фур'є методом Гаусса – Вейєрштрасса.
12. Сформулювати та довести теорему про обернення перетворення Фур'є методом Діріхле.
13. Навести означення згортки та довести основні її властивості.
14. Сформулювати та довести тотожність Планшереля.
15. Навести означення поліномів Лежандра. Вивести рекурентну формулу для них.
16. Вивести формулу Родригеса для поліномів Лежандра.
17. Довести ортогональність поліномів Лежандра.
18. Вивести рівняння Лежандра для поліномів Лежандра.
19. Вивести інтегральне зображення поліномів Лежандра.

12. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота			Сума балів
ЗМ 1	ЗМ 2	ЗМ 3	
30	30	40	100

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90–100	**A**	відмінно	зараховано
85–89	**B**	добре	
75–84	**C**		
70–74	**D**	задовільно	
60–69	**E**		
35–59	**FX**	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0–34	**F**	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним

			вивченням дисципліни

ЗАГАЛЬНІ КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ НАВЧАЛЬНИХ ДОСЯГНЕНЬ ЗДОБУВАЧІВ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Оцінка за національною шкалою	Теоретична підготовка	Практична підготовка
	Здобувач освіти	
Зараховано	у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.	глибоко та всебічно розкриває сутність практичних завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує творчі завдання та ініціює нові шляхи їх виконання; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу; проявляє творчий підхід до виконання індивідуальних та колективних завдань при самостійній роботі.
Зараховано	достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	правильно вирішив більшість практичних завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання
Зараховано	володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або	може використовувати знання в стандартних

	відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.	ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину практичних завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.
Не зараховано з можливістю повторного складання	володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вміє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки складно; під час відповіді допускаються суттєві помилки	недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі практичні завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.
Не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача

13. Навчально-методичне забезпечення

1. Kolyada V. I., Korenovskyi A. A. Introduction to Fourier Analysis. Textbook. Odessa. ONU. 2015. 138 pp. http://dspace.onu.edu.ua:8080/handle/123456789/9380
2. В. І. Коляда, А. О. Кореновський, Р. В. Шанін. Аналіз Фур'є у вправах. Практикум. Одеса, ОНУ, 2022. 112 стор. http://dspace.onu.edu.ua:8080/handle/123456789/33654

14. Рекомендована література

1. Loukas Grafakos. Classical Fourier Analisis. Graduate Texts in Mathematics. 249. Springer Science+Bussines Media, LLC 2014.
2. Loukas Grafakos. Modern Fourier Analisis. Graduate Texts in Mathematics. 250. Springer Science+Bussines Media, LLC 2009.
3. Robert J. Marks II. Handbook of Fourier Analysis and Its Applicatyions. Oxford Univ. Press. 2009.
4. О. О. Синявська, П. В. Слюсарчук. Ряди Фур'є. Навчальний посібник для студентів спеціальностей математика, прикладна математика, статистика. – Ужгород, 2015. – 70 с.
5. G. B. Folland. Fourier Analysis and its Applications. Brooks / Cole Pul. Company, 1992.
6. A. Pinkus and S. Zafrany. Fourier Series and Integral Transforms. Cambridge Univ. Press, 1997.

7. J. S. Walker. Fourier Analysis. Oxford Univ. Press, New York, Oxford, 1988.

15. Електронні інформаційні ресурси

1. Kolyada V. I., Korenovskyi A. A. Introduction to Fourier Analysis. Textbook. Odessa. ONU. 2015. (Електронний ресурс). http://dspace.onu.edu.ua:8080/handle/123456789/9380
2. В. І. Коляда, А. О. Кореновський, Р. В. Шанін. Аналіз Фур'є у вправах. Практикум. Одеса, ОНУ, 2022. 112 стор. (Електронний ресурс). http://dspace.onu.edu.ua:8080/handle/123456789/33654