

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА
Кафедра Алгебри, геометрії та диференціальних рівнянь



“ЗАТВЕРДЖУЮ”

Проректор з науково-педагогічної роботи

30.08 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ОК 07 «АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ ТА ЛІНІЙНА АЛГЕБРА»

| | |
|------------------------------|------------------------------|
| Рівень вищої освіти | перший (бакалаврський) |
| Галузь знань | 12 «Інформаційні технології» |
| Спеціальність | 123 «Комп’ютерна інженерія» |
| Освітньо-професійна програма | «Комп’ютерна інженерія» |

ОНУ
2024

Робоча програма навчальної дисципліни «Аналітична геометрія та лінійна алгебра». –
Одеса: ОНУ, 2024.

Розробник:

Варбанець Сергій Павлович, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри алгебри, геометрії та диференціальних рівнянь.

Потапенко Ігор Володимирович, старший викладач, старший викладач кафедри алгебри, геометрії та диференціальних рівнянь

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри алгебри, геометрії та диференціальних рівнянь

Протокол № 1 від. "30" серпня 2024 р.

Завідувач кафедри



В'ячеслав СВТУХОВ

Погоджено із гарантом ОПП «Комп'ютерна інженерія»



Людмила ВОЛОЩУК

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) з ІТ спеціальностей факультету МФІТ

Протокол № 1 від. "30" 08 2024р.

Голова НМК



Лариса МАРТИНОВИЧ

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри диференціальних рівнянь геометрії та топології

Протокол № ___ від. "___" _____ 20__ р.

Завідувач кафедри

В'ячеслав СВТУХОВ _

1. Опис навчальної дисципліни

| Найменування показників | Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти | Характеристика навчальної дисципліни | |
|---|---|---|------------------------------|
| | | <i>Очна (денна, вечірня) форма навчання</i> | <i>Заочна форма навчання</i> |
| Загальна кількість: кредитів – 5 годин – 150 змістових модулів – 3 | Галузь знань 12 «Інформаційні технології» Спеціальність 123 «Комп’ютерна інженерія» Спеціалізації: <hr/> — (назва) Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський) | Обов’язкова | |
| | | <i>Рік підготовки:</i> | |
| | | 1 | 1 |
| | | <i>Семестр</i> | |
| | | 1 | 1 |
| | | <i>Лекції</i> | |
| | | 38 год. | 6 год. |
| | | <i>Практичні, семінарські</i> | |
| | | 36 год. | 8 год. |
| | | <i>Лабораторні</i> | |
| | | год. | год. |
| | | <i>Самостійна робота</i> | |
| | | 76 год. | 136 год. |
| | | <i>Форма підсумкового контролю:</i> іспит | |

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета дисципліни: Аналітична геометрія та лінійна алгебра є оволодіння методом координат при вирішенні геометричних задач на площині і в просторі, а також оволодіння базовими поняттями лінійної алгебри. Метою є підготовка висококваліфікованих та конкурентоспроможних фахівців, здатних розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми під час професійної діяльності в комп'ютерній галузі або навчання, що передбачає застосування теорій та методів комп'ютерної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Основними завданнями вивчення дисципліни є розвиток просторового мислення і вміння робити геометричні висновки з алгебраїчних і аналітичних обчислень

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

Інтегральна компетентність . Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми під час професійної діяльності в комп'ютерній галузі або навчання, що передбачає застосування теорій та методів комп'ютерної інженерії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні компетентності(ЗК):

- Z1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу і синтезу.
- Z7. Вміння виявляти, ставити та вирішувати проблеми.

Спеціальні (фахові) компетенції(СК):

P15. Здатність аргументувати вибір методів розв'язування спеціалізованих задач, критично оцінювати отримані результати, обґрунтовувати та захищати прийняті рішення.

P16.Здатність застосовувати знання основ економічної теорії, підприємництва та бізнесу у процесі техніко-економічного обґрунтування ІТ-проекту.

P17.Здатність застосовувати базові знання з фундаментальної та прикладної математики, законів фізики, теорії електричних та магнітних кіл, математичного моделювання процесів в професійній діяльності.

Програмні результати навчання(ПРН):

- N1. Знати і розуміти наукові положення, що лежать в основі функціонування комп'ютерних засобів, систем та мереж.

-N6. Вміти застосовувати знання для ідентифікації, формулювання і розв'язування технічних задач спеціальності, використовуючи методи, що є найбільш придатними для досягнення поставлених цілей.

-N22. Застосовувати знання фундаментальних і природничих наук для розв'язання задач комп'ютерної інженерії.

У результаті вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти повинен знати:

- основні поняття векторної алгебри і аналітичної геометрії,
- матричне числення,

- теорію систем лінійних алгебраїчних рівнянь,
- теорію лінійних просторів і лінійних операторів. вміти: характеризувати якості абстрактних алгебраїчних об'єктів, оволодіти навичками у рішенні типових задач по основним темам, а саме:
 - виконувати арифметичні дії над комплексними числами, підносити їх до степеню, знаходити корені з комплексних чисел,
 - розв'язувати системи лінійних рівнянь,
 - обчислювати визначники, знаходити обернену матрицю,
 - записувати матрицю лінійного оператора, знаходити власні числа та власні вектори лінійних операторів,
 - зводити до канонічного вигляду квадратичні форми,
 - складати рівняння прямих, площин, досліджувати рівняння геометричних об'єктів.

3. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. «Матриці та визначники, простір k^n , загальна теорія систем лінійних рівнянь»

Тема 1. Визначники порядку n

Визначники порядку 2 та 3, їх властивості. Правило Крамера. Перестановки, їх кількість. Транспозиції, інверсії. Підстановки n -ого степеню, їх кількість. Теорема про розклад транспозиції у транспозицію сусідніх. Визначник порядку n . Властивості визначників. Мінори та алгебраїчні доповнення. Визначник діагонального, трикутного та ступінчатого виду. Обчислення визначників спеціального виду. Теорема про розклад визначника по елементам рядка. Теорема Лапласа. Теорема про чужі доповнення.

Тема 2. Простір k^n .

Арифметичні векторні простори k^n . Лінійна комбінація. Лінійно залежні та незалежні системи векторів. Лінійна залежність. I і II критерії лінійної залежності. База системи векторів, її основна властивість. Ранг системи векторів. Еквівалентні системи векторів. Елементарні перетворення. Системи ступінчатого виду. Розмір та базис простору k^n .

Тема 3. Матриці.

Матриці, дії над ними. Елементарні перетворення, зведення матриці до діагонального виду. Ранги матриці. Теорема про ранг матриці. Теорема про визначник добутку матриць. Обернена матриця. Невироджені матриці, критерій невинродженості матриць. Матричні рівняння.

Тема 4. Загальна теорія систем лінійних рівнянь.

Системи m лінійних рівнянь з n невідомими. Сумісність, визначеність, невизначеність системи лінійних рівнянь. Метод Гауса. Теорема Кронекера-Капелі (у матричній формі). Система лінійних однорідних рівнянь. Теорема про підпростір розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь, його розмір. Фундаментальні розв'язки. Теорема про структуру загального розв'язку неоднорідної системи лінійних рівнянь. Метод Крамера.

Змістовий модуль 2. «Аналітична геометрія на площині та у просторі, комплексні числа»

Тема 5. Аналітична геометрія.

Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів. Скалярний добуток векторів, його властивості, зміст та застосування. Векторний добуток векторів, властивості. Геометричний та фізичний зміст. Обчислення векторного добутку за відомими координатами векторів-множників. Мішаний добуток векторів, його властивості та геометричний зміст. Необхідна та достатня умова компланарності векторів. Обчислення мішаного добутку. Пряма та площина у

просторі. Криві та поверхні другого порядку. Канонічні рівняння кривих другого порядку (еліпс, коло, гіпербола, парабола). Їх властивості.

Тема 6. Комплексні числа.

Визначення комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексних чисел, дії над ними. Квадратні рівняння. Тригонометрична форма комплексних чисел, їх геометрична інтерпретація. Формула Муавра. Корені n -ого степеня з комплексного числа, корні з одиниці.

Тема 7. Квадратичні форми.

Квадратична форма. Матриця та ранг квадратичної форми. Канонічний вид кв.ф. Метод Лагранжа. Еквівалентність квадратичних форм над полем дійсних та комплексних чисел. Додатньо визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.

Змістовий модуль3. «Лінійні простори. Елементи лінійних операторів»

Тема 8. Лінійний простір.

Поняття лінійного простору, базис та розмір. Матриця переходу від старого базису до нового базису. Підпростори, сума та перетин підпросторів. Теорема Грасмана. Пряма сума підпросторів. Критерії прямої суми.

Тема 9. Евклідові простори.

Скалярний добуток, його властивості. Евклідові простори. Нерівність Коши-Буняковського. Ортогональні системи векторів. Процес ортогоналізації Грама-Шмідта. Визначник Грама. Ортогональне доповнення.

Тема 10. Лінійні відображення.

Лінійні відображення та їх матриці, приклади. Ядро та образ лінійного відображення, їх структура; ранг, дефект. Лінійні оператори. Зміна матриці лінійного відображення при зміні баз. Власні числа та власні вектори лінійних операторів, їх властивості. Характеристичний многочлен. Теорема Гамільтона-Келі. Оператор простої структури. Власний базис. Інваріантні підпростори, кореневі підпростори. ЖНФ.

Тема 11. Оператори в унітарних просторах.

Оператори в унітарних просторах: спряжений оператор (його існування, властивості), нормальний оператор (критерій, властивості), самоспряжений оператор, унітарний оператор. Зведення квадратичної форми до головних осей.

4. Структура навчальної дисципліни

| Назви тем | Кількість годин | | | | | | | | | |
|---|-----------------|--------------|-----------|-----|-----------|--------------|--------------|----------|-----|------------|
| | Денна форма | | | | | Заочна форма | | | | |
| | Усього | у тому числі | | | | Усього | у тому числі | | | |
| | | го | л | п/с | лаб | | ср | л | п/с | лаб |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| Змістовий модуль 1. «Матриці та визначники, простір k^n, загальна теорія систем лінійних рівнянь» | | | | | | | | | | |
| Тема 1. Визначники порядку n | 13 | 3 | 3 | | 7 | 13 | 1 | | | 12 |
| Тема 2. Простір k^n | 11 | 3 | 3 | | 5 | 11 | 0 | 1 | | 10 |
| Тема 3. Матриці . | 13 | 3 | 3 | | 7 | 13 | 1 | | | 12 |
| Тема 4. Загальна теорія систем лінійних рівнянь | 13 | 3 | 3 | | 7 | 13 | 0 | 1 | | 12 |
| Разом за змістовим модулем 1 | 50 | 12 | 12 | | 26 | 50 | 2 | 2 | | 46 |
| Змістовий модуль 2. «Аналітична геометрія на площині та у просторі, комплексні числа» | | | | | | | | | | |
| Тема 5. Аналітична геометрія. | 18 | 4 | 4 | | 10 | 18 | 1 | 1 | | 16 |
| Тема 6. Комплексні числа | 15 | 4 | 4 | | 7 | 15 | 1 | 1 | | 13 |
| Тема 7. Квадратичні форми. | 18 | 4 | 4 | | 10 | 18 | | | | 18 |
| Разом за змістовим модулем 2 | 51 | 12 | 12 | | 27 | 51 | 2 | 2 | | 47 |
| Змістовий модуль 3. «Лінійні простори. Елементи лінійних операторів» | | | | | | | | | | |
| Тема 8. Лінійний простір | 12 | 3 | 3 | | 6 | 12 | 1 | 1 | | 10 |
| Тема 9. Евклідові простори | 12 | 3 | 3 | | 6 | 12 | | 1 | | 11 |
| Тема 10. Лінійні відображення | 13 | 4 | 4 | | 5 | 13 | 1 | 1 | | 11 |
| Тема 11. Оператори в унітарних просторах | 12 | 4 | 2 | | 6 | 12 | | 1 | | 11 |
| Разом за змістовим модулем 3 | 49 | 14 | 12 | | 23 | 49 | 2 | 4 | | 43 |
| Усього годин | 150 | 38 | 36 | | 76 | 150 | 6 | 8 | | 136 |

5. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені.

6. Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми | Кількість Годин (очна/заочна) |
|-------|--|-------------------------------|
| 1. | Визначники порядку n | 3 |
| 2. | Простір k^n | 3/1 |
| 3. | Матриці: | 3 |
| 4. | Загальна теорія систем лінійних рівнянь. | 3/1 |
| 5. | Аналітична геометрія | 4/1 |
| 6. | Комплексні числа. | 4/1 |
| 7. | Квадратичні форми | 4 |
| 8. | Лінійний простір | 3/1 |
| 9. | Евклідові простори | 3/1 |
| 10. | Лінійні відображення | 4/1 |
| 11. | Оператори в унітарних просторах | 2/1 |
| | Разом | 36/8 |

В основу кожного практичного заняття покладені типові завдання, навчання розв'язанню яких є основою змістовного освоєння матеріалу курсу.

7. Теми лабораторних занять

Лабораторні заняття не передбачені.

8. Самостійна робота

| № з/п | Назва теми | Кількість годин (очна/заочна) |
|-------|--|-------------------------------|
| 1. | Визначники порядку n | 7/12 |
| 2. | Простір k^n | 5/10 |
| 3. | Матриці | 7/12 |
| 4. | Загальна теорія систем лінійних рівнянь. | 7/12 |
| 5. | Аналітична геометрія | 10/16 |
| 6. | Комплексні числа. | 7/13 |
| 7. | Квадратичні форми | 10/18 |
| 8. | Лінійний простір | 6/10 |
| 9. | Евклідові простори | 6/11 |
| 10. | Лінійні відображення | 5/11 |
| 11. | Оператори в унітарних просторах | 6/11 |
| | Разом | 76/136 |

В рамках самостійної роботи передбачається виконання розрахунково-графічних робіт (РГР) за темами:

1. Визначники та матриці. Аналітична геометрія на площині та у просторі. Елементи лінійних операторів.
2. До самостійної роботи відноситься:
 - [1] – підготовка до лекцій, практичних, семінарських, лабораторних занять;
 - [2] – написання рефератів, есе;
 - [3] – індивідуальне навчально-дослідне завдання;
 - [4] – курсова робота тощо
3. Перевірка самостійної роботи здійснюється:
 1. під час лекційних занять (короткими опитуваннями підготовленості студентів);
 2. під час практичних занять;
 3. автоматичними ресурсами (тестування за гуглформою);
 4. перевірка викладачем (із зазначенням критеріїв оцінювання) без прилюдного захисту.

Студентам пропонується самостійно розв'язати практичне завдання з кожної теми. Самостійна робота оформлюється у вигляді письмового звіту, обговорення та оцінювання якого здійснюється на поточному та підсумковому контролі.

Самостійна робота здобувачів забезпечується засобами Google Workspace for Education.

Навчально-методичне забезпечення: робоча програма навчальної дисципліни; навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти (тексти, схеми) лекцій; мультимедійні презентації; плани практичних занять.

Критерії оцінювання виконання самостійної роботи:

- своєчасність виконання;
- добросовісність та коректність у представленні текстів, презентацій та посилань (у разі доведеного плагіату бали за роботу анулюються);
- повнота, грамотність і коректність розкриття основних положень;
- творчий підхід до постановки і реалізації завдання;
- відповідність формальним критеріям (структура, послідовність, логічність, мовна грамотність, якість оформлення тощо).
- вміння застосовувати теоретичні знання для рішення практичних завдань.

9. Методи навчання

Підготовка здобувачів здійснюється на лекційних та практичних заняттях, але у значній мірі покладається на самостійне вивчення матеріалу протягом семестру.

Під час викладання дисципліни використовуються словесні та наочні методи навчання: лекції, бесіда, пояснення, робота з літературними джерелами.

Під час проведення лекцій використовуються наступні методи навчання: пояснювально-ілюстративний метод, інформаційно-рецептивний; репродуктивний метод (репродукція - відтворення); метод проблемного викладу; частково-пошуковий метод.

Під час практичних занять використовуються наступні методи навчання частково-пошуковий, або евристичний метод, дослідницький. Під час самостійної роботи використовується дослідницький метод (студент опановує літературу за вказаною темою).

10. Форми контролю і методи оцінювання

Пояснювально-ілюстративні методи: лекція, пояснення, самостійне опрацювання літературних джерел, робота з електронними конспектами лекцій та презентаціями, опрацювання наукових публікацій. Наочні методи: презентації, ілюстрації. Практичні методи: вправи, тренувальні вправи, творчі вправи, розв'язання розрахункових задач за алгоритмами конкретних методів, практичні роботи. Методи формування і стимулювання пізнавальної діяльності: навчальні дискусії.

При оцінюванні в балах рівня засвоєння матеріалу використовуються загальні критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти:

| Оцінка за національною шкалою та відсоток від максимальної кількості балів | Теоретична підготовка | Практична підготовка |
|--|---|--|
| | Здобувач освіти | |
| зараховано (90-100% від максимальної кількості балів) | у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями. | глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує творчі завдання та ініціює нові шляхи їх виконання; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу; проявляє творчий підхід до виконання індивідуальних та колективних завдань при самостійній роботі. |
| зараховано (75-89% від максимальної кількості балів) | достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки. | правильно вирішив більшість розрахункових /тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання |
| зараховано | володіє навчальним матеріалом на | може використовувати |

| | | |
|--|---|---|
| (60-74% від максимальної кількості балів) | репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків. | знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків. |
| не зараховано (35-59% від максимальної кількості балів) | володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вмє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки | недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички. |
| не - зараховано (0-34% від максимальної кількості балів) | не володіє навчальним матеріалом | виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача |

Примітка: максимальна кількість балів за кожною темою вказана в п.12.

Форма підсумкового контролю –екзамен, виставляється за кількістю балів, набраних в семестрі (згідно зі шкалою оцінювання з п. 12).

11. Питання для поточного та періодичного контролю

1. Визначники порядку 2 та 3, їх властивості.
2. Перестановки, їх кількість. Транспозиції, інверсії.
3. Підстановки n -ого степеню, їх кількість.
4. Теорема про розклад транспозиції у транспозицію сусідніх.
5. Визначник порядку n . Властивості визначників.
6. Мінори та алгебраїчні доповнення.
7. Визначник діагонального, трикутного та ступінчатого виду. Обчислення визначників спеціального виду.
8. Теорема про розклад визначника по елементам рядка.
9. Теорема Лапласа.
10. Теорема про чужі доповнення.
11. Арифметичні векторні простори k n .
12. Лінійна комбінація.

13. Лінійно залежні та незалежні системи векторів.
14. I і II критерії лінійної залежності векторів.
15. База системи векторів, її основна властивість.
16. Ранг системи векторів.
17. Еквівалентні системи векторів. Елементарні перетворення.
18. Системи ступінчатого виду. Розмір та базис простору $n \times k$.
19. Матриці, дії над ними.
20. Елементарні перетворення, зведення матриці до діагонального виду.
21. Ранги матриці.
22. Теорема про ранг матриці.
23. Теорема про визначник добутку матриць
24. Обернена матриця.
25. Невироджені матриці, критерій невинродженості матриць.
26. Матричні рівняння.
27. Системи m лінійних рівнянь з n невідомими.
28. Сумісність, визначеність, невизначеність системи лінійних рівнянь.
29. Метод Гауса.
30. Теорема Кронекера-Капелі.
31. Система лінійних однорідних рівнянь.
32. Теорема про підпростір розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь, його розмір.
33. Фундаментальні розв'язки. Теорема про структуру загального розв'язку неоднорідної системи лінійних рівнянь.
34. Метод Крамера.
35. Найпростіші задачі аналітичної геометрії.
36. Скалярний добуток векторів, його властивості, зміст та застосування.
37. Векторний добуток векторів, властивості. Геометричний та фізичний зміст.
38. Обчислення векторного добутку за відомими координатами векторів-множників.
39. Мішаний добуток векторів, його властивості та геометричний зміст. Необхідна та достатня умова компланарності векторів.
40. Обчислення мішаного добутку.
41. Пряма та площина у просторі.
42. Криві та поверхні другого порядку.
43. Канонічні рівняння кривих другого порядку (еліпс, коло, гіпербола, парабола). Їх властивості.
44. Визначення комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексних чисел, дії над ними.
45. Квадратні рівняння.
46. Тригонометрична форма комплексних чисел, їх геометрична інтерпретація.
47. Формула Муавра.
48. Корені n -ого степеня з комплексного числа, корні з одиниці.
49. Квадратична форма. Матриця та ранг квадратичної форми.
50. Канонічний вид кв.фчн. Метод Лагранжа.

51. Еквівалентність квадратичних форм над полем дійсних та комплексних чисел.
52. Додатно визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.
53. Поняття лінійного простору, приклади.
54. Базис та розмір лінійного простору.
55. Матриця переходу від старого базису до нового базису.
56. Підпростори, сума та перетин підпросторів.
57. Теорема Грасмана.
58. Пряма сума підпросторів. Критерії прямої суми.
59. Скалярний добуток, його властивості.
60. Евклідові простори.
61. Нерівність Коши-Буняковського.
62. Ортогональні системи векторів. Процес ортогоналізації Грама-Шмідта.
63. Визначник Грама.
64. Ортогональне доповнення.
65. Лінійні відображення та їх матриці, приклади.
66. Ядро та образ лінійного відображення, їх структура; ранг, дефект.
67. Лінійні оператори. Зміна матриці лінійного відображення при зміні баз.
68. Власні числа та власні вектори лінійних операторів, їх властивості.
69. Характеристичний многочлен. Теорема Гамільтона-Келі.
70. Оператор простої структури. Власний базис.
71. Алгоритм побудови власних векторів і власних значень
72. Жорданова нормальна форма.
73. Спряжене лінійне відображення унітарних (евклідових) просторів, його існування та єдиність.
74. Самоспряжені відображення, їх властивості. Унітарні (ортогональні) відображення, їх властивості.

12. Розподіл балів, які отримують здобувачі

| Поточне тестування та самостійна робота | | | | | | | | | | | Підсумковий іспит | Сума балів |
|---|-----|-----|-----|--------------------|-----|-----|--------------------|-----|------|------|-------------------|------------|
| Змістовий модуль 1 | | | | Змістовий модуль 2 | | | Змістовий модуль 3 | | | | | |
| T 1 | T 2 | T 3 | T 4 | T 5 | T 6 | T 7 | T 8 | T 9 | T 10 | T 11 | 40 | 100 |
| 6 | 5 | 6 | 6 | 6 | 5 | 6 | 5 | 5 | 5 | 5 | | |

Примітка. Студент отримує підсумкову оцінку (залік) за накопичувальною системою. Якщо студент за результатами поточного контролю не набрав 60 балів або бажає підвищити оцінку, він має право скласти залік за питаннями, наведеними у п. 11.

Шкала оцінювання: національна та ECTS

| | | |
|------------------------|--------|-------------------------------|
| Сума балів за всі види | Оцінка | Оцінка за національною шкалою |
|------------------------|--------|-------------------------------|

| навчальної діяльності | ECTS | для екзамену, курсового проекту (роботи), практики | для заліку |
|-----------------------|-----------|--|---|
| 90–100 | A | відмінно | зараховано |
| 85–89 | B | добре | |
| 75–84 | C | | |
| 70–74 | D | задовільно | |
| 60–69 | E | | |
| 35–59 | FX | незадовільно з можливістю повторного складання | не зараховано з можливістю повторного складання |
| 0–34 | F | незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни | не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни |

13. Навчально-методичне забезпечення

Робоча програма навчальної дисципліни; силабус, мультимедійні презентації, конспект лекцій

14. Рекомендована література

Основна

1. Зеліско В. Р., Зеліско Г. В. Основи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2011. – 326 с.
2. Зеліско В. Р., Зеліско Г. В. Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Практикум. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2014. – 374 с.
3. Кучма М. І. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії: навчальний посібник. Київ, 2018. 380 с.
4. Осадча Л. К. Лінійна алгебра та аналітична геометрія : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2020. 205 с.

Додаткова

1. О.А.Борисенко. Ушакова Л.М. Аналітична геометрія Харків. Основа, 1993
2. Гаврильченко М.Л., Аналітична геометрія, Одеса-Астропринт, 1999.
3. В. В. Булдигін, І. В. Алексеєва, В. О. Гайдей, О. О. Диховичний, Н. Р. Коновалова, Л. Б. Федорова; Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Київ ТВіМС 2011
4. Діскант В.І. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. / Діскант В.І., Береза Л.Р., Грижук О.П., Захаренко Л.М. – Київ. Вища школа, 2001. – 300с.
5. В.П Дубовик. Вища математика. Навчальний посібник. / Дубовик В.П., Юрик І.І. – Київ. Либідь, 2006. –648с.

6. Ординська З.П., Орловський І.В., Руновська М.К. Конспект лекцій з аналітичної геометрії та лінійної алгебри – К.: Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”, 2014.– 176 с.
7. Травкін Ю. І. Лінійна алгебра і аналітична геометрія : навч. посіб. Харків. :Майдан, 2009. 416 с.

15. Електронні інформаційні ресурси

- 1.<http://nbuv.gov.ua/> – Сайт Національної бібліотеки України імені В. І. Вернадського;
- 2.<http://www.dnrb.gov.ua/> – Сайт Державної науково-педагогічної бібліотеки України імені В.О. Сухомлинського;
- 3.<http://onu.edu.ua/> – Сайт бібліотеки ОНУ імені І. І. Мечникова;
- 4.<http://odnb.odessa.ua/> – Сайт Одеської національної наукової бібліотеки;
- 5.<http://korolenko.kharkov.com/> – Сайт Харківської державної наукової бібліотеки імені В.Г. Короленка;
6. <https://www.imath.kiev.ua/> – Сайт Інституту математики НАН України;