

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І.І. МЕЧНИКОВА**

Кафедра комп'ютерних систем та технологій



ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної роботи
Олександр ЗАПОРОЖЧЕНКО

01 » *вересня* 2024 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ОК8 МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)

Галузь знань: 12 Інформаційні технології

Спеціальність: 122 Комп'ютерні науки

Освітньо-наукова програма: Комп'ютерні науки

ОНУ
Одеса
2024

Робоча програма навчальної дисципліни «Методи оптимізації та дослідження операцій». – Одеса: ОНУ, 2024.

Розробники:

Стехун Анжела Олексіївна, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри оптимального керування і економічної кібернетики.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № 1 від “ 28 ” серпня 2024 р.

Завідувач кафедри _____ (підпис) (Ольга КІЧМАРЕНКО)

Погоджено із гарантом ОНП _____ (підпис) (Алла КАМЄНЄВА)

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) з інформаційних технологій факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол №1 від "30" серпня 2024 р.

Голова НМК _____ (підпис) (Лариса МАРТИНОВИЧ)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри оптимального керування та економічної кібернетики

Протокол № _____ від “ _____ ” _____ 20 _____ р.

Завідувач кафедри _____ (підпис) (прізвище та ініціали)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри оптимального керування та економічної кібернетики

Протокол № _____ від. “ _____ ” _____ 20 _____ р.

Завідувач кафедри _____ (підпис) (прізвище та ініціали)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		<i>очна (денна, вечірня) форма навчання</i>	<i>заочна форма навчання</i>
Загальна кількість: кредитів – 3,5 годин – 105 змістових модулів – 4	Галузь знань 12 Інформаційні технології Спеціальність 122 Комп'ютерні науки Спеціалізації: <hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/> (назва) Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)	Обов'язкова	Обов'язкова
		<i>Рік підготовки:</i>	
		2-й	2-й
		<i>Семестр</i>	
		4-й	4-й
		<i>Лекції</i>	
		26 год.	4 год.
		<i>Практичні, семінарські</i>	
		–	–
		<i>Лабораторні</i>	
		26 год.	6 год.
		<i>Самостійна робота</i>	
		53 год.	95 год.
		<i>Форма підсумкового контролю</i>	
залік	залік		

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета дисципліни: формування системи теоретичних знань та практичних навичок щодо застосування методів оптимізації та дослідження операцій; оволодіння вмінням математичної постановки оптимізаційної задачі та вивчення математичного апарату, який використовується для їх розв'язування.

Завдання: курсу є вивчення основ дослідження операцій; надання студентам знань щодо суті та етапів дослідження операцій, основних принципів та прийомів математичного моделювання операцій, принципів підбору математичних моделей, застосування методів оптимізації для практичної реалізації задач, їх розв'язуванні та аналізу.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей:**

Інтегральна компетентність:

Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі комп'ютерних наук або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів інформаційних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

Загальні компетентності:

- **ЗК1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:

- **СК1.** Здатність до математичного формулювання та дослідження неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.
- **СК2.** Здатність до виявлення статистичних закономірностей недетермінованих явищ, застосування методів обчислювального інтелекту, зокрема статистичної, нейромережевої та нечіткої обробки даних, методів машинного навчання та генетичного програмування тощо.
- **СК4.** Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.
- **СК5.** Здатність здійснювати формалізований опис задач дослідження операцій в організаційно-технічних і соціально-економічних системах різного призначення, визначати їх оптимальні розв'язки, будувати моделі оптимального управління з урахуванням змін економічної ситуації, оптимізувати процеси управління в системах різного призначення та рівня ієрархії.

Очікувані результати навчання. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми в результаті вивчення дисципліни студент повинен

знати: основні поняття та визначення математичних методів оптимізації, умови їх правильного використання; типи задач, що досліджуються, методи розв'язання лінійних оптимізаційних задач; поняття двоїстості в оптимізаційних задачах; методи розв'язання транспортних задач; методи розв'язання задач цілочисельного програмування;

вміти: формалізувати реальні задачі, відбирати модель для розв'язання конкретних оптимізаційних задач, визначати критерій оптимуму розв'язання задачі математичного програмування; застосовувати відповідні методи розв'язання оптимізаційних задач лінійного і нелінійного вигляду з метою управління виробничими процесами, знаходити розв'язки задач лінійного програмування графічними та симплексними методами, знаходити розв'язки транспортної задачі, обґрунтовувати й аналізувати вибір конкретного методу оптимізації при вирішенні практичних задач, проводити після оптимізаційний аналіз, самостійно розширювати свої знання.

Вміти формувати судження, що враховують соціальні, наукові та етичні аспекти, критично осмислювати проблеми теорії, принципи, методи та поняття у сфері професійної діяльності або навчання, мати поглиблені когнітивні та практичні уміння і навички, майстерність та інноваційність на рівні, необхідному для розв'язання складних спеціалізованих задач і практичних проблем у сфері професійної діяльності та навчання. Бути спроможним нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень у непередбачуваних робочих або навчальних контекстах, бути здатним продовжувати навчання з високим ступенем автономії.

Що забезпечує наступні програмні результати навчання:

- **ПР1.** Застосовувати знання основних форм і законів абстрактнологічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук.
- **ПР7.** Розуміти принципи моделювання організаційно-технічних систем і операцій; використовувати методи дослідження операцій, розв'язання одно – та багатокритеріальних оптимізаційних задач лінійного, цілочисельного, нелінійного, стохастичного програмування.
- **ПР8.** Використовувати методологію системного аналізу об'єктів, процесів і систем для задач аналізу, прогнозування, управління та проектування динамічних процесів в макроекономічних, технічних, технологічних і фінансових об'єктах.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 105 годин, що становить 3,5 кредити ЄКТС.

3. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Методи мінімізації функції.

Тема 1. *Вступ до проблематики оптимізаційних задач та дослідження операцій.*

Тема 2. *Основні поняття теорії методів оптимізації.* Постановка задачі оптимізації. Сутність оптимізаційних моделей і методів математичного програмування. Класифікація задач та методів оптимізації. Мінімізація функцій однієї змінної. Необхідні і достатні умови мінімуму. Чисельні методи мінімізації функції однієї змінної: метод золотого перетину, метод Фібоначчі, поділу відрізка навпіл. Мінімізація функції на відрізку.

Тема 3. *Аналітичні методи мінімізації функцій багатьох змінних.* Мінімізація функцій багатьох змінних без обмежень. Необхідні і достатні умови мінімуму. Мінімізація функції з обмеженнями типу рівностей. Необхідні і достатні умови мінімуму. Мінімізація функції з обмеженням типу нерівностей. Необхідна і достатні умови мінімуму.

Тема 4. *Чисельні методи мінімізації функцій багатьох змінних.* Методи нульового порядку: покоординатного спуску, Нелдера-Міда. Методи першого порядку: градієнтний, спряжених градієнтів.

Змістовий модуль 2. Задача лінійного програмування (ЗЛП) та методи її розв'язання.

Тема 5. *Задача лінійного програмування (ЗЛП).* Постановка задачі лінійного програмування (ЗЛП). Загальна, стандартна і канонічна форми ЗЛП. Еквівалентність форм ЗЛП. Приведення задач лінійного програмування до стандартної форми. Основні властивості задачі лінійного програмування.

- Тема 6. *Методи розв'язування ЗЛП. Графічний метод розв'язання ЗЛП.* Поняття багатогранника і багатокутника рішень, градієнту, лінії рівня. Приклади областей допустимих рішень. Алгоритм пошуку оптимального плану ЗЛП на основі її геометричної інтерпретації. Приклади розв'язання ЗЛП графічним методом.
- Тема 7. *Симплекс-метод розв'язання ЗЛП.* Загальна ідея симплекс-методу. Алгоритм симплекс-методу. Симплексна таблиця. Модифікований симплекс-метод. Ідея модифікованого симплекс-метода. Розширена ЗЛП. Штучні змінні. Штучний план. Теорема про оптимальність плану розширеної задачі. Алгоритм модифікованого симплекс-метода.
- Тема 8. *Двоїстий симплекс-метод.* Постановка двоїстої задачі. Основні поняття: двоїста задача, двоїста пара. Правила побудови двоїстої задачі. Несиметричні і симетричні двоїсті задачі. Властивості пари двоїстих задач. Теореми двоїстості. Приклад пошуку оптимального плану двоїстої задачі на основі розв'язання прямої задачі. Алгоритм двоїстого симплекс-метода.

Змістовий модуль 3. Постоптимальний аналіз ЗЛП.

- Тема 9. *Постоптимальний аналіз ЗЛП.* Аналіз на чутливість розв'язку, отриманого графічним методом. Аналіз на чутливість розв'язку, отриманого симплекс-методом. Статус ресурсів. Цінність ресурсу. Максимальна зміна запаса ресурсу (правих частин обмежень). Максимальна зміна коефіцієнтів питомого прибутку, вартості (коефіцієнтів цільової функції).
- Тема 10. *Аналіз моделей на чутливість за допомогою двоїстості.* Зміни умов ЗЛП, що впливають на припустимість розв'язку. Зміна правих частин обмежень. Діапазон зміни правих частин обмежень. Додавання нового обмеження. Зміна умов задачі, що впливають на оптимальність розв'язку. Зміна коефіцієнтів цільової функції. Зміна питомих витрат ресурсів. Додавання нового виду виробничої діяльності.

Змістовий модуль 4. Окремі лінійні та нелінійні методи оптимізації.

- Тема 11. *Транспортна задача (ТЗ).* Математична постановка ТЗ. Властивості опорних планів ТЗ. Алгоритми побудови опорних планів ТЗ. Побудова опорного плану ТЗ методом північно-західного кута. Побудова опорного плану ТЗ методом мінімального елемента. Побудова опорного плану ТЗ методом Фогеля.
- Тема 12. *Метод потенціалів.* Критерій оптимальності плану перевезень. Цикл, його властивості. Алгоритм методу потенціалів. Розв'язування збалансованої транспортної задачі методом потенціалів.
- Тема 13. *Задача про призначення.* Постановка, модель, метод розв'язання.
- Тема 14. *Цілочисельне програмування.* Постановка задачі цілочисельного програмування. Метод розв'язання задач цілочисельного програмування. Перший та другий алгоритми Гоморі. Складання додаткових обмежень та їх геометричний зміст. Задача комівояжера.
- Тема 15. *Оптимізаційні задачі управління запасами.*

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин						Кількість годин					
	Очна (денна, вечірня) форма						Заочна форма					
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
		лекц.	п	лаб.	інд.	с.р.		лекц.	практ.	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Змістовий модуль 1. МЕТОДИ МІНІМІЗАЦІЇ ФУНКЦІЇ.												
<p>Тема 1. Вступ до проблематики оптимізаційних задач та дослідження операцій.</p> <p>Тема 2. Основні поняття теорії методів оптимізації. Постановка задачі оптимізації. Сутність оптимізаційних моделей і методів математичного програмування. Класифікація задач та методів оптимізації. Мінімізація функцій однієї змінної. Необхідні і достатні умови мінімуму. Чисельні методи мінімізації функції однієї змінної: метод золотого перетину, метод Фібоначчі, поділу відрізка навпіл. Мінімізація функції на відрізку.</p>	8	2		2		4	8					8
<p>Тема 3. Аналітичні методи мінімізації функцій багатьох змінних. Мінімізація функцій багатьох змінних без обмежень. Необхідні і достатні умови мінімуму. Мінімізація функції з обмеженнями типу рівностей. Необхідні і достатні умови мінімуму. Мінімізація функції</p>	8	2		2		4	12	1		1		10

з обмеженням типу нерівностей. Необхідна і достатня умови мінімуму.												
Тема 4. Чисельні методи мінімізації функцій багатьох змінних. Методи нульового порядку: покоординатного спуску, Нелдера-Міда. Методи першого порядку: градієнтний, спряжених градієнтів.	8	2	2	4	14	1	1	12				
Разом за змістовим модулем 1	24	6	6	12	34	2	2	30				
Змістовий модуль 2. ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ (ЗЛП).												
Тема 5. <i>Задача лінійного програмування</i> (ЗЛП). Постановка задачі лінійного програмування (ЗЛП). Загальна, стандартна і канонічна форми ЗЛП. Еквівалентність форм ЗЛП. Приведення задач лінійного програмування до стандартної форми. Основні властивості задачі лінійного програмування.	6	2	--	4	10							10
Тема 6. <i>Графічний метод розв'язання ЗЛП.</i> Поняття багатогранника і багатокутника рішень, градієнту, лінії рівня. Приклади областей допустимих рішень. Алгоритм пошуку оптимального плану ЗЛП на основі її геометричної інтерпретації. Приклади розв'язання ЗЛП графічним методом.	6	--	2	4	6							6
Тема 7. <i>Симплекс-метод розв'язання ЗЛП.</i> Загальна ідея симплекс-методу. Алгоритм симплекс-методу. Симплексна таблиця. Модифікований симплекс-метод. Ідея модифікованого симплекс-методу. Розширена ЗЛП. Штучні змінні. Штучний	8	2	2	4	10	1	1	8				

план. Теорема про оптимальність плану розширеної задачі. Алгоритм модифікованого симплекс-метода.											
Тема 8. <i>Двоїстий симплекс-метод.</i> Постановка двоїстої задачі. Основні поняття: двоїста задача, двоїста пара. Правила побудови двоїстої задачі. Несиметричні і симетричні двоїсті задачі. Властивості пари двоїстих задач. Теореми двоїстості. Приклад пошуку оптимального плану двоїстої задачі на основі розв'язання прямої задачі. Алгоритм двоїстого симплекс-метода.	8	2	2	4	8						8
Разом за змістовим модулем 2	28	6	6	16	34	1	1	1	1	1	32
Змістовий модуль 3. ПОСТОПТИМАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗЛП.											
Тема 9. <i>Постоптимальний аналіз ЗЛП.</i> Аналіз на чутливість розв'язку, отриманого графічним методом. Аналіз на чутливість розв'язку, отриманого симплекс-методом. Статус ресурсів. Цінність ресурсу. Максимальна зміна запаса ресурсу. Максимальна зміна коефіцієнтів питомого прибутку (вартості).	8	2	2	4	6						6
Тема 10. <i>Аналіз моделей на чутливість за допомогою двоїстості.</i> Зміни умов задачі, що впливають на припустимість розв'язку. Зміна правих частин обмежень. Діапазон зміни правих частин обмежень. Додавання нового обмеження. Зміна умов задачі, що впливають на оптимальність розв'язку. Зміна коефіцієнтів цільової функції. Зміна питомих витрат ресурсів. Додавання нового виду	10	2	2	6	8	1	1				6

виробничої діяльності.										
Разом за змістовим модулем 3	18	4	4	10	14	1	1	12		
Змістовий модуль 4. ОКРЕМІ ЛІНІЙНІ ТА НЕЛІНІЙНІ МЕТОДИ ОПТИМІЗАЦІЇ.										
Тема 11. <i>Транспортна задача (ТЗ).</i> Математична постановка ТЗ. Властивості опорних планів ТЗ. Алгоритми побудови опорних планів ТЗ. Побудова опорного плану ТЗ методом північно-західного кута. Побудова опорного плану ТЗ методом мінімального елемента. Побудова опорного плану ТЗ методом Фогеля.	8	2	2	4	4,5			0,5		4
Тема 12. <i>Метод потенціалів.</i> Критерій оптимальності плану перевезень. Цикл, його властивості. Алгоритм методу потенціалів. Розв'язування збалансованої транспортної задачі методом потенціалів.	6	2	2	2	4,5			0,5		4
Тема 13. <i>Задача про призначення.</i> Постановка, модель, метод розв'язання.	6	2	2	2	2					2
Тема 14. <i>Цілочисельне програмування.</i> Постановка задачі цілочисельного програмування. Метод розв'язання задач цілочисельного програмування. Перший та другий алгоритми Гоморі. Складання додаткових обмежень та їх геометричний зміст. Задача комівояжера.	9	2	2	5	6			1		5
Тема 15. <i>Оптимізаційні задачі управління запасами.</i>	6	2	2	2	6					6
Разом за змістовим модулем 4	35	10	10	15	23			2		21
Усього годин	105	26	26	53	105	4		6		95

5. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені.

6. Теми практичних занять

Практичні заняття не передбачені.

7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Очна форма	Заочна форма
1.	<i>Методи мінімізації функцій.</i> Класифікація задач та методів оптимізації. Мінімізація функцій однієї змінної. Необхідні і достатня умови мінімуму. Чисельні методи мінімізації функції однієї змінної: метод золотого перетину, метод Фібоначчі, поділу відрізка навпіл. Мінімізація функції на відрізку	2	
2.	Мінімізація функцій багатьох змінних без обмежень. Необхідні і достатня умови мінімуму. Мінімізація функції з обмеженнями типу рівностей. Необхідні і достатня умови мінімуму. Мінімізація функції з обмеженням типу нерівностей. Необхідна і достатня умови мінімуму.	2	1
3.	Чисельні методи мінімізації функцій багатьох змінних. Методи нульового порядку: покоординатного спуску, Нелдера-Міда. Методи першого порядку: градієнтний, спряжених градієнтів.	2	1
4.	<i>Графічний метод розв'язання ЗЛП.</i> Поняття багатогранника і багатокутника рішень, градієнту, лінії рівня. Приклади областей допустимих рішень. Алгоритм пошуку оптимального плану ЗЛП на основі її геометричної інтерпретації. Приклади розв'язання ЗЛП графічним методом.	2	
5.	<i>Симплекс-метод розв'язання ЗЛП.</i> Загальна ідея симплекс-методу. Алгоритм симплекс-методу. Симплексна таблиця. Модифікований симплекс-метод. Ідея модифікованого симплекс-метода. Розширена задача. Штучні змінні. Штучний план. Теорема про оптимальність плану розширеної задачі. Алгоритм модифікованого симплекс-метода.	2	1
6.	<i>Двоїстий симплекс-метод.</i> Постановка двоїстої задачі. Основні поняття: двоїста задача, двоїста пара. Правила побудови двоїстої задачі. Несиметричні і симетричні двоїсті задачі. Властивості пари двоїстих задач. Теореми двоїстості. Приклад пошуку оптимального плану двоїстої задачі на основі розв'язання прямої задачі. Алгоритм двоїстого симплекс-метода.	2	
7.	<i>Постоптимальний аналіз ЗЛП.</i> Аналіз на чутливість розв'язку, отриманого графічним методом. Аналіз на чутливість розв'язку, отриманого симплекс-методом. Оптимальний розв'язок. Статус ресурсів. Цінність ресурсу. Максимальна зміна запаса ресурсу. Максимальна зміна коефіцієнтів питомого прибутку (вартості).	2	
8.	<i>Аналіз моделей на чутливість за допомогою двоїстості.</i> Зміни умов задачі, що впливають на припустимість розв'язку. Зміна правих частин обмежень. Діапазон зміни правих частин обмежень. Додавання нового обмеження. Зміна умов задачі, що впливають на оптимальність розв'язку. Зміна коефіцієнтів	2	1

	цільової функції. Зміна питомих витрат ресурсів. Додавання нового виду виробничої діяльності.		
9.	<i>Транспортна задача.</i>	4	1
10.	<i>Задача про призначення.</i>	2	
11.	<i>Цілочисельне програмування.</i> Постановка задачі цілочисельного програмування. Метод розв'язання задач цілочисельного програмування Метод гілок і меж. Складання додаткових обмежень та їх геометричний зміст. Задача комівояжера.	2	1
12.	<i>Оптимізаційні задачі управління запасами.</i>	2	
	Разом	26	6

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми / види завдань	Кількість годин	
		Очна форма	Заочна форма
1.	<i>Вступ до проблематики досліджень операцій. Основні поняття теорії методів оптимізації.</i> Постановка задачі оптимізації. Сутність оптимізаційних моделей і методів математичного програмування. Класифікація задач та методів оптимізації. Мінімізація функцій однієї змінної. Необхідні і достатня умови мінімуму. Чисельні методи мінімізації функції однієї змінної: метод золотого перетину, метод Фібоначчі, поділу відрізка навпіл. Мінімізація функції на відрізку.	4	8
2.	<i>Аналітичні методи мінімізації функцій багатьох змінних.</i> Мінімізація функцій багатьох змінних без обмежень. Необхідні і достатня умови мінімуму. Мінімізація функції з обмеженнями типу рівностей. Необхідні і достатня умови мінімуму. Мінімізація функції з обмеженням типу нерівностей. Необхідна і достатня умови мінімуму.	4	10
3.	Чисельні методи мінімізації функцій багатьох змінних. Методи нульового порядку: покоординатного спуску, Нелдера-Міда. Методи першого порядку: градієнтний, спряжених градієнтів.	4	12
4.	<i>Задача лінійного програмування (ЗЛП).</i> Постановка задачі лінійного програмування (ЗЛП). Загальна, стандартна і канонічна форма ЗЛП. Еквівалентність форм ЗЛП. Приведення задач лінійного програмування до стандартної форми. Основні властивості основної задачі лінійного програмування. Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.	4	10
5.	<i>Графічний метод розв'язання ЗЛП.</i> Поняття багатогранника і багатокутника рішень, градієнту, лінії рівня. Приклади областей допустимих рішень. Алгоритм пошуку оптимального плану ЗЛП на основі її геометричної інтерпретації. Приклади розв'язання ЗЛП графічним методом. Самостійне опрацювання матеріалу. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.	4	6

6.	<p><i>Симплекс-метод розв'язання ЗЛП. Загальна ідея симплекс-методу. Алгоритм симплекс-методу. Симплексна таблиця. Модифікований симплекс-метод. Ідея модифікованого симплекс-метода. Розширена задача. Штучні змінні. Штучний план. Теорема про оптимальність плану розширеної задачі. Алгоритм модифікованого симплекс-метода.</i></p> <p>Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.</p>	4	8
7.	<p><i>Двоїстий симплекс-метод. Постановка двоїстої задачі. Основні поняття: двоїста задача, двоїста пара. Правила побудови двоїстої задачі. Несиметричні і симетричні двоїсті задачі. Властивості пари двоїстих задач. Теореми двоїстості. Приклад пошуку оптимального плану двоїстої задачі на основі розв'язання прямої задачі. Алгоритм двоїстого симплекс-метода.</i></p> <p>Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.</p>	4	8
8.	<p><i>Аналіз на чутливість розв'язку ЗЛП, отриманого графічним методом. Аналіз на чутливість розв'язку, отриманого симплекс-методом. Оптимальний розв'язок. Статус ресурсів. Цінність ресурсу. Максимальна зміна запаса ресурсу. Максимальна зміна коефіцієнтів питомого прибутку (вартості). / Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.</i></p>	4	6
9.	<p><i>Аналіз моделей на чутливість за допомогою двоїстості. Зміни умов задачі, що впливають на припустимість розв'язку. Зміна правих частин обмежень. Діапазон зміни правих частин обмежень. Додавання нового обмеження. Зміна умов задачі, що впливають на оптимальність розв'язку. Зміна коефіцієнтів цільової функції. Зміна питомих витрат ресурсів. Додавання нового виду виробничої діяльності.</i></p> <p>Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Підготовка до лабораторного заняття. Розгляд контрольних запитань і прикладів індивідуальних завдань. Написання конспекту.</p>	6	6
10.	<p><i>Транспортна задача (ТЗ). Математична постановка ТЗ. Властивості опорних планів ТЗ. Алгоритми побудови опорних планів ТЗ. Методи побудови початкового та оптимального розв'язків транспортної задачі. Побудова опорного плану ТЗ методом північно-західного кута. Побудова опорного плану ТЗ методом мінімального елемента.</i></p> <p>Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Розгляд контрольних запитань і прикладів індивідуальних завдань. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.</p>	4	4
11.	<p><i>Метод потенціалів. Критерій оптимальності плану перевезень. Алгоритм методу потенціалів. Розв'язування збалансованої транспортної задачі методом потенціалів.</i></p> <p>Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.</p>	2	4
12.	<p><i>Задача про призначення. Постановка, модель, метод розв'язання.</i></p> <p>Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Розгляд контрольних запитань і прикладів індивідуальних завдань. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.</p>	2	2
13.	<p><i>Цілочисельне програмування. Постановка задачі цілочисельного програмування. Приклади економічних задач цілочислового</i></p>	5	5

	програмування. Метод розв'язання задач цілочисельного програмування. Перший та другий методи Гоморі. Складання додаткових обмежень та їх геометричний зміст. Задача комівояжера.		
14.	<i>Оптимізаційні задачі управління запасами.</i> Самостійне опрацювання лекційного матеріалу. Підготовка до лабораторного заняття. Написання конспекту.	2	6
	Разом за семестр	53	95

Студентам пропонується самостійно розв'язувати індивідуальні лабораторні завдання з кожного змістовного модуля. Лабораторна робота оформлюється у вигляді письмового звіту та (або) у вигляді доповіді, обговорення та оцінювання яких здійснюються на поточному та підсумковому контролі.

Самостійна робота студента є основним засобом оволодіння навчальним матеріалом у час, вільний від обов'язкових навчальних занять. Самостійна робота студентів складається з таких видів робіт: підготовка до лекцій та лабораторних робіт, оформлення звітів про виконані лабораторні роботи, самостійне опрацювання окремих тем навчальної дисципліни. Самостійна навчальна робота розрахована на формування практичних навичок у роботі студентів зі спеціальною літературою, орієнтування їх на інтенсивну роботу, критичне осмислення здобутих знань. Самостійна робота здобувачів забезпечується засобами Google Workspace for Education.

Навчально-методичне забезпечення дисципліни: робоча програма навчальної дисципліни, навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти лекцій, плани лабораторних занять, мультимедійні презентації; методичні вказівки (рекомендації) щодо самостійного вивчення дисципліни.

1. Яровий А. Т., Страхов Є. М. Методи оптимізації та варіаційне числення: навч.-метод. посіб. – Одеса: Освіта України, 2017. – 153 с.
2. О. Д. Кічмаренко, А. О. Стехун, А. Т. Яровий. Дослідження операцій : навч. посіб. для здобув. першого (бакалавр.) рівня вищ. освіти спец. 111 Математика, 113 Прикладна математика, 122 Комп'ютерні науки, 126 Інформаційні системи і технології. – Одеса : Одес. нац. ун-т. ім. І. І. Мечникова, 2024. – 172 с.

Критерії оцінювання виконання самостійної роботи: своєчасне виконання; добросовісність та коректність у представленні текстів, презентацій та посилань (у разі доведеного плагіату бали за роботу анулюються); повнота, грамотність і коректність розкриття основних положень; творчий підхід до постановки і реалізації завдання; відповідність формальним критеріям (структура, послідовність, логічність, мовна грамотність, якість оформлення, тощо); вміння застосовувати теоретичні знання для рішення практичних завдань.

9. Методи навчання

У відповідності з характером пізнавальної діяльності студентів по засвоєнню змісту дисципліни використовуються різноманітні методи навчання. При проведенні лекційних занять: репродуктивні; пояснювально-ілюстративні; аналіз конкретних проблемних ситуацій; проблемна лекція.

При проведенні репродуктивно організованої лекції викладач спирається на знання студентів, які вони отримали при вивченні попередніх дисциплін, закріплення вивченого на основі зразка.

З метою більш глибокого засвоєння і запам'ятовування інформації репродуктивний метод доповнюється використанням пояснювально-ілюстративних матеріалів: скріншоти програмних засобів, слайди, електронні конспекти лекцій та презентації, схеми, рисунки.

Метод проблемного викладення або наукового пошуку використовується на проблемних лекціях, які сприяють розвитку творчого мислення студентів, стимулюють і підвищують інтерес до знань, активізують та загострюють сприйняття навчального матеріалу. Аналізу проблемних ситуацій властиві наявність складної задачі чи проблеми, формулювання викладачем контрольних запитань з даної проблеми, обговорення можливих варіантів її вирішення.

При проведенні лабораторних занять використовуються репродуктивні методи, особливістю яких є те, що у ході їх застосування студенти використовують за зразками знання, які вони засвоїли під час лекційних занять. Репродуктивні методи: закріплення вивченого на основі зразка (побудова моделей, розв'язування задач); розв'язування задач за алгоритмами конкретних методів; вправи; лабораторні роботи. Репродуктивні вправи розрахункового характеру підвищують ефективність придбання практичних вмінь і навичок.

10. Форми контролю і методи оцінювання

Методи усного контролю: фронтальне і індивідуальне усне опитування.

Методи письмового контролю: письмові лабораторні і контрольні роботи; тести.

Підсумковий контроль – залік. Підсумкова оцінка визначається як сума балів за поточний і періодичний контроль – за 100-бальною системою, виставляється за результатами роботи здобувача вищої освіти впродовж всього семестру.

При оцінюванні в балах рівня засвоєння матеріалу використовуються загальні критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти:

Оцінка за національною шкалою та відсоток від максимальної кількості балів	Теоретична підготовка	Практична підготовка
	Здобувач освіти	
Відмінно (90-100% від максимальної кількості балів)	у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати	глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/ розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує творчі завдання та ініціює нові шляхи їх виконання; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу; проявляє творчий підхід до виконання

	висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.	індивідуальних та колективних завдань при самостійній роботі.
Добре (75-89% від максимальної кількості балів)	достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	правильно вирішив більшість розрахункових /тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання
Задовільно (60-74% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.	може використовувати знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.
Незадовільно з можливістю повторного складання (35-59% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вміє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки.	недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.

Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни (0-34% від максимальної кількості балів)	не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача
---	----------------------------------	---

Примітка: максимальна кількість балів за кожною темою вказана в п.12.

11. Питання для поточного, періодичного та підсумкового контролю.

Мінімізація функції однієї змінної.

1. Означення точки локального мінімуму функції.
 2. Означення точки глобального мінімуму функції.
 3. Необхідні умови локального мінімуму функції.
 4. Достатня умова локального мінімуму.
 5. Необхідна умова мінімуму функції на відрізьку.
 6. Алгоритм методу золотого перетину.
 7. Алгоритм методу Фібоначчі.
 8. Мінімізація функції багатьох змінних без обмежень.
- Мінімізація функції багатьох змінних з обмеженнями типу рівностей*
9. Означення екстремальної точки функції при обмеженнях типу рівностей.
 10. Поняття нормальної точки і задачі.
 11. Необхідні умови мінімуму функції.
 12. Достатня умова мінімуму функції.
 13. Необхідна і достатня умови нормальності точки і задачі.
 14. Алгоритм розв'язку задачі на екстремум при обмеженнях типу рівностей.
- Мінімізація функції багатьох змінних при обмеженнях типу нерівностей*
15. Означення екстремальної точки функції при обмеженнях типу нерівностей.
 16. Поняття звичайної припустимої точки.
 17. Необхідна і достатня умови звичайної припустимої точки.
 18. Необхідна умова мінімуму функції.
 19. Достатня умова мінімуму функції при обмеженнях типу нерівностей.
- Чисельні методи мінімізації функції багатьох змінних без обмежень*
- Методи нульового порядку*
20. Означення методу нульового порядку.
 21. Алгоритм методу Нелдера-Міда.
 22. Алгоритм вибору початкових точок.
 23. Геометрична інтерпретація кроків алгоритму Нелдера-Міда.
- Методи першого порядку*
24. Загальний алгоритм методів спуску.
 25. Способи вибору кроків у методах спуску.
 26. Необхідна і достатня умови вибору напрямку спуску.
 27. Алгоритм методу градієнтного спуску.
 28. Властивості методу градієнтного спуску.
 29. Збіжність методу спуску.
 30. Поняття яристої функції.
 31. Алгоритм метода спряжених градієнтів.
- Задача лінійного програмування (ЗЛП)*
32. Постановка ЗЛП.

33. Побудова двоїстої задачі.
34. Теорема двоїстості.
35. Алгоритм симплекс-методу.
36. Алгоритм М-методу.
37. Алгоритм двоїстого симплекс-методу.
Аналіз моделей задач лінійного програмування на чутливість
42. Визначення статусу, цінності кожного ресурсу. Визначення ресурсу, запас якого необхідно збільшити в першу чергу.
43. Визначення максимального проміжку зміни запасу ресурсу, інтервалу зміни питомого прибутку, в межах яких розв'язок залишається припустимим, оптимальним.
44. Вплив змін різних коефіцієнтів у початковій моделі на оптимальність або припустимість поточного розв'язку.
45. Вплив параметричної зміни різних коефіцієнтів у початковій моделі на оптимальність або припустимість поточного розв'язку.
Транспортна задача
46. Економічна і математична постановка класичної транспортної задачі.
47. Необхідна і достатня умови існування розв'язку транспортної задачі.
48. Алгоритми побудови опорних планів транспортної задачі.
49. Алгоритм методу північно-західного кута.
50. Алгоритм методу мінімального елемента.
51. Алгоритм наближеного методу Фогеля.
52. Критерій оптимальності плану перевезень.
53. Алгоритм методу потенціалів.
Дискретна та нелінійна оптимізація.
54. Класифікація методів розв'язання задач цілочисельного програмування.
55. Особливості цілочислових задач в дослідженні операцій.
56. Перший алгоритм Гоморі.
57. Метод гілок і меж.
58. Моделі керування запасами.

12. Розподіл балів, які отримують студенти за темами

Поточний контроль															Сума балів
Змістовний модуль №1				Змістовний модуль №2				Змістовний модуль №3		Змістовний модуль №4					Залік
Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	Тема 5	Тема 6	Тема 7	Тема 8	Тема 9	Тема 10	Тема 11	Тема 12	Тема 13	Тема 14	Тема 15	
4	4	6	6	5	5	5	5	5	10	10	8	8	8	8	100

Примітка. Студент отримує підсумкову оцінку за накопичувальну системою.

Розподіл балів за видами навчальної роботи

Види навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовний модуль 1			
Поточний, періодичний контроль на лекціях	0-4	1	4
Виконання	0-4	4	16

лабораторних робіт			
Усього за змістовним модулем 1			0-20
Змістовний модуль 2			
Виконання лабораторних робіт	0-5	4	20
Усього за змістовним модулем 2			0-20
Змістовний модуль 3			
Поточний, періодичний контроль на лекціях	0-4	1	4
Виконання лабораторних робіт	0-8	2	16
Усього за змістовним модулем 3			0-20
Змістовний модуль 4			
Виконання лабораторних робіт	0-8	5	40
Усього за змістовним модулем 4			0-40
Підсумкова сума балів			0-100

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90–100	A	відмінно	зараховано
85–89	B	добре	
75–84	C		
70–74	D	задовільно	
60–69	E		
35–59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0–34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

13. Навчально-методичне забезпечення

Робоча програма навчальної дисципліни; силабус; навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти лекцій; мультимедійні презентації; плани лабораторних занять.

1. Яровий А. Т., Страхов Є. М. Методи оптимізації та варіаційне числення : навч.-метод. посіб. Одеса: Освіта України, 2017. – 153 с.
2. О. Д. Кічмаренко, А. О. Стехун, А. Т. Яровий. Дослідження операцій : навч. посіб. для здобув. першого (бакалавр.) рівня вищ. освіти спец. 111 Математика, 113 Прикладна математика, 122 Комп'ютерні науки, 126 Інформаційні системи і технології – Одеса : Одес. нац. ун-т. ім. І. І. Мечникова, 2024. – 172 с.

14. Рекомендована література

Основна

1. Григорків В.С., Григорків М.В., Ярошенко О.І. Оптимізаційні методи та моделі : підручник. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2022. 440 с.
2. Жалдак М.І., Триус Ю.В. Основи теорії і методів оптимізації: навчальний посібник. Черкаси: Брама-Україна, 2005. 608 с.
3. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Київ : ЗАТ «Віпол», 2000. 688 с.
4. Катренко А. В. Дослідження операцій : підручник. Львів : Магнолія Плюс, 2004. 549 с.
5. О. Д. Кічмаренко, А. О. Стехун, А. Т. Яровий. Дослідження операцій : навч. посіб. Одеса : Одес. нац. ун-т. ім. І. І. Мечникова, 2024. – 172 с.
6. Кучеренко А.Г. Дослідження операцій : навч. посібник. Київ: НТУУ «КПІ», 1996. 146 с.
7. Лавров Є.А., Перхун Л.П., Шендрік В.В. та ін. Математичні методи дослідження операцій. Суми: Сумський державний університет, 2017. 212 с.
8. Лисенко О.І., Алексєєва І.В. Дослідження операцій. Конспект лекцій. К: НТУУ «КПІ», 2016. 196 с.
9. Мартинюк П.М., Мічута О.Р. Методи оптимізації та дослідження операцій. Рівне: НУВГП, 2011. 283 с.
10. Мовчан А.П., Степанець О.В. Навчальний посібник: Методи статичної оптимізації : навч. посібник. Київ: НТУУ «КПІ», 2012. 138 с.
11. Сікора Я. Б., Щехорський А.Й., Якимчук Б.Л. Методи оптимізації та дослідження операцій : навч. посібник. Житомир: Вид-во ЖДУ ім. Івана Франка, 2019. 148 с.
12. Яровий А. Т., Страхов Є. М. Методи оптимізації та варіаційне числення: навч.-метод. посіб. Одеса: Освіта України, 2017. 153 с.
13. Frederick S. Hillier, Gerald J. Lieberman. Introduction to Operations Research, McGrawHill: Boston MA; 10th Edition, 2014. – 1050 pages.
14. Hamdy A. Taha. Operations Research An Introduction, 10th edition. Pearson Education, 2017. – 848 pages.

Додаткова

1. Дзюбан І. Ю., Жиров О. Л., Охріменко О.Г. Методи дослідження операцій. Київ : ІВЦ «Видавництво «Політехніка », 2005. 108 с.
2. Ларіонов Ю.І., Левикін В.М., Хажмурадов М.А. Дослідження операцій в інформаційних системах. Харків.: Компанія СМІТ, 2005. 364 с.
3. Моклячук М. П. Збірник задач із варіаційного числення та методів оптимізації: навч. посіб. Київ: ВПЦ Київський університет, 2014. 256 с.
4. Нефьодов Ю. М., Балицька Т. Ю. Методи оптимізації в прикладах і задачах : навчальний посібник. – Київ : Кондор, 2011. – 324 с.
5. Перестюк М.О. та ін. Варіаційне числення та методи оптимізації: навч. посіб. Київ: ВПЦ Київський університет, 2010. 121 с.
6. Попов Ю.Д., Тюття В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації : навчальний електронний посібник для студентів спеціальностей Прикладна математика, Інформатика, Соціальна інформатика. Київ: Електронне видання. Ел. бібліотека факультету кібернетики Київського національного університету імені Тараса Шевченка, 2003. 215 с.
7. Попов Ю.Д., Тюття В.І., Шевченко В.І. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з методів оптимізації. Київ, 1995, 1998, 2000.
19. Синеглазов В. М., Зеленков О.А., Аскеров Ш.І. Математичні методи оптимізації : навч. посібник. Нац. Авіаційний ун-т. Київ : Освіта України, 2018. Ч. 1. 329 с.
20. Snyman, J. A.; Wilke, D. N. (2018). Practical Mathematical Optimization: Basic Optimization Theory and Gradient-Based Algorithms (2nd ed.). Berlin: Springer.

15. Електронні інформаційні ресурси

1. Сайт Національної бібліотеки України імені В.І. Вернадського / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <http://www.nbuv.gov.ua/>
2. Сайт Державної науково-педагогічної бібліотеки України імені В.О. Сухомлинського / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <https://dnpb.gov.ua/>
3. Сайт бібліотеки ОНУ імені І.І. Мечникова / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <http://lib.onu.edu.ua/>
4. Сайт Одеської національної наукової бібліотеки / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <http://odnb.odessa.ua/>
5. Сайт Харківської державної наукової бібліотеки імені Короленко / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <https://korolenko.kharkov.com/>
6. Сайт Інституту математики НАН України / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <https://www.imath.kiev.ua/>
7. Інтерактивне середовище для наукових обчислень та оформлення документації за допомогою популярних пакетів та мов програмування (Python, R, SageMath, Octave, LaTeX) / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <https://cocals.com/>
8. Інтерактивне середовище для роботи з Jupyter notebook / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <https://cocab.research.google.com/>
9. Дистрибутив математичних пакетів Python / R, а також пакетів для аналізу та візуалізації даних / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <https://anaconda.com/>
10. Безкоштовний онлайн-курс з основи мови R / [Електронний ресурс]
Режим доступу: <https://app.datacamp.com/larn/courses/free-introduction-to-r/>
11. Mathematical Programming Glossary. [Електронний ресурс] Режим доступу: <http://glossary.computing.society.informs.org/>
12. Optimization Methods and Software. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <https://www.tandfonline.com/toc/goms20/current/>