

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА  
Кафедра математичного аналізу  
Кафедра методів математичної фізики



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-педагогічної роботи

2024 р.

## РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**ОК7 «Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та  
математична статистика»**

Рівень вищої освіти: **Перший (бакалаврський)**

Галузь знань: **12 Інформаційні технології**

Спеціальність: **122 Комп'ютерні науки**

Освітньо-професійна програма: **Комп'ютерні науки**

Робоча програма навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей, ймовірнісні процеси та математична статистика». – Одеса: ОНУ, 2024. – 15 с.

Розробники:

Коваленко Лариса Григорівна, доцент кафедри математичного аналізу, кандидат фізико-математичних наук;

Круглов Віктор Євгенович, професор кафедри методів математичної фізики, кандидат фізико-математичних наук.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № 1 від «28» \_\_\_\_\_ 2024 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ (Анатолій КОРЕНОВСЬКИЙ)  
(підпис)

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри методів математичної фізики

Протокол №1 від «29» «серпня» \_\_\_\_\_ 2024 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ (Юрій ПРОЦЕРОВ)

Погоджено із гарантом ОПП «Комп'ютерні науки» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, спеціальність 122 Комп'ютерні науки \_\_\_\_\_ (Алла КАМЕНЄВА)

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол № 1 від «30» \_\_\_\_\_ 2024 р.

Голова НМК \_\_\_\_\_ (Лариса МАРТИНОВИЧ)  
(підпис)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № \_\_\_\_ від. « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № \_\_\_\_ від. « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		<i>Очна форма навчання</i>	<i>Заочна форма навчання</i>
Загальна кількість: кредитів – 4 годин – 120 змістових модулів – 3	Галузь знань: <b>12 Інформаційні технології</b> Спеціальність: <b>122 Комп'ютерні науки</b> Спеціалізації: _____ (назва) Рівень вищої освіти: перший (бакалаврський)	Обов'язкова	
		<b><i>Рік підготовки</i></b>	
		2-й	2-й
		<b><i>Семестр</i></b>	
		4-й	3-й
		<b><i>Лекції</i></b>	
		30 год.	6 год.
		<b><i>Практичні, семінарські</i></b>	
		30 год.	6 год.
		<b><i>Лабораторні</i></b>	
		—	—
		<b><i>Самостійна робота</i></b>	
		60 год.	108
<b><i>Форма підсумкового контролю:</i></b> іспит			

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Метою** навчальної дисципліни є ознайомлення студентів з основними поняттями теорії ймовірності, імовірнісних процесів та математичної статистики, методами розв'язання типових задач та прикладами застосувань для дослідження випадкових явищ, перевірки гіпотез, обробки та аналізу реальних даних у галузі комп'ютерних наук та інтерпретування.

**Завдання:**

сформувати у студентів цілісну систему знань щодо базових понять і методів сучасної теорії ймовірностей, імовірнісних процесів та математичної статистики;

- допомогти студентам навчитись будувати ймовірнісні моделі та ефективно застосовувати апарат імовірнісного та статистичного аналізу при розв'язанні теоретичних і прикладних задач;
- навчити використовувати сучасні програмні середовища для розв'язування задач статистичної обробки даних і побудови прогнозних моделей;
- сприяти розвитку логічного та аналітичного мислення студентів;
- навчити працювати з рекомендованою літературою, сприяти вдосконаленню навичок самостійної роботи;
- прищеплювати навички колективної роботи.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних компетентностей:

**ІК.** Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі комп'ютерних наук або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів інформаційних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

**ЗК1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

**СК2.** Здатність до виявлення статистичних закономірностей недетермінованих явищ, застосування методів обчислювального інтелекту, зокрема статистичної, нейромережевої та нечіткої обробки даних, методів машинного навчання та генетичного програмування тощо.

**Очікувані результати навчання.** У результаті вивчення дисципліни здобувач вищої освіти повинен:

**знати:**

- закономірності випадкових явищ, методи дослідження випадкових подій та випадкових величин, означення і властивості їх ймовірнісних характеристик;
- базові поняття, основні моделі ймовірнісних процесів та методи їх дослідження;
- статистичні методи спостереження, обробки та аналізу статистичних даних;
- основні області та можливості застосування апарату теорії ймовірностей, імовірнісних процесів та математичної статистики для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру;

**вміти:**

- розв'язувати типові задачі з використанням основних теорем теорії ймовірностей, імовірнісних процесів та математичної статистики;
- будувати ймовірнісні моделі і здійснювати їх аналіз;
- самостійно робити статистичні розрахунки, аналізувати отримані результати та формувати на їх основі науково-обгрунтовані висновки;

- використовувати сучасні середовища для розв'язування задач статистичної обробки експериментальних даних;
- спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.

Це відповідає наступним **програмним результатам** навчання:

**ПР2.** Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

**ПР3.** Використовувати знання закономірностей випадкових явищ, їх властивостей та операцій над ними, моделей випадкових процесів та сучасних програмних середовищ для розв'язування задач статистичної обробки даних і побудови прогнозних моделей бази знань, у тому числі на хмарних сервісах, із застосуванням мов веб-програмування.

**ПР18.** Розуміти свої права і обов'язки як члена суспільства; усвідомлювати цінності громадянського суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні; вміти зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства; розуміти основні засади філософії, історії та закономірностей розвитку предметних областей, їх місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій.

### 3. Зміст навчальної дисципліни

**Вступ.** Предмет вивчення теорії ймовірностей та основні етапи її розвитку. Випадковий експеримент. Частота, стійкість частот. Статистичне означення ймовірності.

**Змістовий модуль 1.** Теорія ймовірностей.

**Тема 1.** Дискретний імовірнісний простір.

Експерименти зі скінченною множиною елементарних подій. Випадкові події, операції над подіями. Імовірність та її властивості. Класичне означення ймовірності. Скінченний імовірнісний простір. Комбінаторні формули. Дискретний простір елементарних подій як математична модель випадкового експерименту зі зліченною множиною наслідків.

**Тема 2.** Умовна ймовірність. Незалежність подій. Схема Бернуллі.

Умовна ймовірність. Формула повної ймовірності. Формули Байєса. Незалежність подій. Модель незалежних випробувань Бернуллі. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа. Формула Пуассона.

**Тема 3.** Випадкові величини у дискретному ймовірнісному просторі.

Означення, закон розподілу дискретних випадкових величин. Біномний, пуассонівський та геометричний розподіли. Математичне сподівання та його властивості. Механічна інтерпретація. Дисперсія, її найпростіші властивості. Моменти випадкової величини.

**Тема 4.** Сумісний розподіл.

Двовимірна випадкова величина, її закон розподілу та характеристики. Незалежність випадкових величин. Мультиплікативна властивість математичного сподівання. Дисперсія суми. Математичне сподівання та дисперсія біноміальної випадкової величини. Коваріація та її властивості. Коефіцієнт кореляції.

**Тема 5.** Загальний імовірнісний простір.

Геометрична ймовірність та її властивості. Задача про зустріч. Загальний імовірнісний простір. Аксиоматика Колмогорова. Властивості ймовірності. Означення випадкової величини у загальному ймовірнісному просторі. Функція розподілу та її властивості. Види розподілів. Щільність. Рівномірний розподіли.

**Тема 6.** Числові характеристики випадкових величин у загальному випадку.

Математичне сподівання випадкової величини у загальному ймовірнісному просторі та його властивості. Дисперсія. Нормальний, логнормальний та експотенційний розподіли. Функції від випадкових величин.

**Тема 7.** Системи випадкових величин.

Багатовимірні випадкові величини, їх функція розподілу, щільність. Незалежність випадкових величин. Критерій незалежності у термінах функцій розподілу та щільностей.

**Тема 8.** Граничні теореми теорії ймовірностей.

Поняття про закон великих чисел (ЗВЧ). Нерівність Чебишева. ЗВЧ у формі Чебишова, теорема Бернуллі. Центральна гранична теорема (ЦГТ) Ляпунова та її практичні застосування.

**Змістовий модуль 2.** Основи математичної статистики.

**Тема 9.** Базові поняття математичної статистики.

Задачі та методи математичної статистики. Вибірка, варіаційний ряд, емпірична функція та густина розподілу. Полігон та гістограма. Емпіричні характеристики випадкових величин.

**Тема 10.** Інтервальне оцінювання невідомих параметрів розподілу.

Поняття довірчого інтервалу. Довірчі інтервали для математичного сподівання та дисперсії нормального розподілу. Оцінка ймовірності біноміального розподілу.

**Тема 11.** Статистична перевірка гіпотез.

Статистичні гіпотези, їх класифікація. Помилки першого та другого роду. Рівень значущості критерію. Перевірка гіпотези про розподіл. Найпростіші критерії згоди, асиметрія, ексцес. Критерій Пірсона. Перевірка гіпотез про рівність середніх та дисперсій нормальних генеральних сукупностей.

**Тема 12.** Статистичне дослідження залежності.

Функціональна, стохастична та кореляційна залежність. Вибірковий коефіцієнт кореляції як показник лінійного зв'язку. Перевірка гіпотези про значущість коефіцієнта кореляції. Поняття про регресію. Лінійна регресія, оцінка її параметрів методом найменших квадратів.. Використання регресійних моделей.

**Змістовий модуль 3.** Елементи теорії випадкових процесів.

**Тема 13.** Базові поняття теорії випадкових процесів.

Означення випадкового процесу, його траєкторії, перерізу, функції розподілу, середніх та кореляційної. Класифікація випадкових процесів.

**Тема 14.** Ланцюги Маркова з дискретним часом.

Означення ланцюга Маркова. Матриця переходу та її властивості. Розрахунок імовірностей переходу за декілька кроків. Класифікація станів. Теорема солідарності. Гранична теорема для ланцюгів Маркова. Випадкові блукання.

**Тема 15.** Процеси Пуасона та Вінера.

Потік подій та його характеристики, потоки Пуасона, Пальма та Ерланга. Броунівський рух. Процес Вінера. Приклади застосувань.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви тем	Кількість годин									
	Денна форма					Заочна форма				
	Усього	у тому числі				Усього	у тому числі			
		л	п/с	лаб	ср		л	п/с	лаб	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Вступ. Предмет та методи теорії ймовірностей, її основні етапи розвитку. Випадковий експеримент. Статистичне означення ймовірності.	0,5	0,5				0,5	0,5			
<b>Змістовий модуль 1. Теорія ймовірностей.</b>										
Тема 1. Дискретний ймовірнісний простір.	5,5	1,5	2		2	5,5	1,5	2		2
Тема 2. Умовна ймовірність. Незалежність подій. Схема Бернуллі.	6	2	2		2	6				6
Тема 3. Випадкові величини у дискретному ймовірнісному просторі.	6	2	2		2	6				6
Тема 4. Сумісний розподіл.	5	2	1		2	6				6
Контрольна робота №1 (КР1) за темами 1-3.	3		1		2					
Тема 5. Загальний ймовірнісний простір.	6	2	2		2	6				6
Тема 6. Числові характеристики випадкових величин.	6	2	2		2	6				6
Тема 7. Системи випадкових величин.	6	2	2		2	6				6
Тема 8. Граничні теореми теорії ймовірностей.	4	2	1		1	4				4
Контрольна робота №2 (КР2) за темами 5-7.	3		1		2					
Опанування питань для самостійного опрацювання*.	2				2	7				7
Разом за змістовим модулем 1	53	16	16		21	53	2	2		49
<b>Змістовий модуль 2. Основи математичної статистики.</b>										
Тема 9. Базові поняття математичної статистики.	6	2	2		2	6	2	2		2
Підготовка реферату Р1 на тему «Про один з дискретних розподілів»	4				4	4				4

Тема 10. Інтервальне оцінювання невідомих параметрів розподілу.	3	1	1		1	3				3
Підготовка реферату Р2 на тему «Про один з абсолютно неперервних розподілів»	4				4	4				4
Тема 11. Статистична перевірка гіпотез.	9	3	3		3	9				9
Підготовка реферату Р3 на тему «Застосування критерію Пірсона до реальних задач»	6				6	6				6
Тема 12. Статистичне дослідження залежності.	6	2	2		2	6				6
Підготовка реферату Р4 на тему «Застосування кореляційного аналізу в реальних задачах»	6				6	6				6
Разом за змістовим модулем 2	44	8	8		28	44	2	2		40
<b>Змістовий модуль 3. Елементи теорії випадкових процесів.</b>										
Тема 13. Базові поняття теорії випадкових процесів.	4	1	1		2	4	1	1		2
Тема 14. Ланцюги Маркова з дискретним часом.	8	3	3		2	8	1	1		6
Опанування питань для самостійного опрацювання*.	3				3	3				3
Тема 15. Процеси Пуассона та Вінера.	5	2	1		2	5				5
Контрольна робота №3 (КР3).	3		1		2	3				3
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>23</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>11</b>	<b>23</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>19</b>
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>30</b>	<b>30</b>		<b>60</b>	<b>120</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>108</b>

## 5. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені.

## 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Побудова дискретних імовірнісних моделей та знаходження ймовірностей подій. Властивості ймовірності.	2
2	Умовна ймовірність, формула повної імовірності та формули Байєса, незалежність подій, схема Бернуллі з використанням теорем Муавра-Лапласа та Пуассона.	2
3	Дискретні розподіли, їх характеристики.	2
	Випадкові вектори та їх характеристики.	1



	КР1 за темами 1-3.	1
4	Геометрична ймовірність. Рівномірний розподіл. Функція розподілу.	2
5	Абсолютно неперервні випадкові величини, знаходження розподілів та числових характеристик функцій від випадкових величин.	2
6	Системи випадкових величин, незалежність.	2
	Задачі з використанням ЗВЧ та ЦГТ.	1
7	КР2 за темами 5-7.	1
8	Первинний аналіз вибірових даних. Оцінки невідомих параметрів	2
9	Побудова довірчих інтервалів.	2
10	Перевірка гіпотез про розподіл, про рівність середніх та дисперсій нормальних випадкових величин.	2
11	Дослідження залежності між випадковими величинами. Лінійна регресія.	2
12	Розв'язання задач на знаходження моментних характеристик, кореляційної функції випадкового процесу.	1
13	Ланцюги Маркова з дискретним часом.	3
14	Процеси Пуасона та Вінера.	1
15	КР3 за темами 13-14.	1
	<b>Разом</b>	<b>30</b>

Під час підготовки до практичного заняття студентам необхідно:

- виконати домашнє завдання;
- добре опрацювати лекційний матеріал за темою наступного заняття, знати відповідні означення, теореми, приклади, що розглядались.

## 7. Теми лабораторних занять

Лабораторні заняття не передбачені.

## 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Опрацювання лекційного матеріалу з використанням рекомендованої літератури.	15
2	Підготовка до практичних занять.	15
3	Підготовка до контрольних робіт № 1,2 (КР1, 2) за темами 1-3, 4-8.	4
4	Підготовка реферату на тему «Про один з дискретних розподілів» (завдання, властивості, модельні задачі, у зв'язку з якими виник, приклади застосувань).	4
5	Підготовка реферату на тему «Про один з неперервних розподілів» (завдання, властивості, модельні задачі, у зв'язку з якими виник, приклади застосувань)..	4
6	Підготовка реферату на тему «Застосування критерію Пірсона до реальних задач» (постановка задачі, утворення вибірки, формування гіпотез, необхідні розрахунки).	6

7	Підготовка реферату на тему «Застосування кореляційного аналізу в реальних задачах» (постановка задачі, утворення вибірки, формування гіпотез, необхідні розрахунки).	6
8	Опанування питань для самостійного опрацювання*:	
	1) Формула для обчислення найімовірнішого числа «успіхів» в схемі Бернуллі. Приклади застосувань (тема 3 ).	1
	2) Правило трьох сигм. Приклади застосувань (тема 10 ).	1
	3) Довірчий інтервал для ймовірності біноміального розподілу. Приклад застосувань (тема 12).	1
	4) Випадкове блукання з поглинанням; блукання з відзеркаленням; випадкове блукання на прямій. Періодичність, зворотність станів. Приклади застосувань (тема 16).	3
	<b>Разом</b>	<b>60</b>

Самостійна робота, що виконується за наведеними питаннями для самостійного опрацювання, перевіряється шляхом співбесіди при розв'язанні задач до відповідних тем і оцінюється в балах поточного контролю.

Виконання контрольних робіт та рефератів (КР1, 2 та Р1-Р4) оцінюється окремо, згідно зі шкалою оцінювання п. 12.

Критерії оцінювання виконання самостійної роботи:

- своєчасність виконання;
- глибина розуміння теоретичного матеріалу, що опрацьовується;
- відповідність основним критеріям (структура, послідовність, логічність, мовна грамотність, якість оформлення письмових робіт тощо);
- добросовісність та коректність при написанні робіт (у разі доведеного плагіату бали за роботу анулюються);
- творчий підхід реалізації завдання;
- вміння застосовувати теоретичні знання до виконання практичних завдань.

## 9. Методи навчання

При викладанні дисципліни використовуються словесні та наочні методи навчання. Головним таким методом є лекція. Зокрема, під час проведення лекцій використовуються пояснювально-ілюстративний метод; репродуктивний; метод проблемного викладу; частково-пошуковий, або евристичний метод.

Під час практичних занять використовуються репродуктивні методи: закріплення вивченого на основі зразка (побудова моделей, розв'язування задач); розв'язування задач за алгоритмами конкретних методів; вправи, а також частково-пошуковий, або евристичний метод; дискусійний метод.

Під час самостійної роботи використовується також дослідницький метод.

## 10. Форми контролю і методи оцінювання

Для кожної теми формами контролю навчальних здобутків студентів є **поточний контроль**:

- на лекціях – оцінка активності роботи; аудиторне поточне опитування; конспект;
- на практичних заняттях – виконання домашніх практичних завдань, самостійна робота з рекомендованою літературою; оцінка активності роботи на практиці, внесених пропозицій, оригінальних рішень, уточнень і визначень, доповнень попередніх відповідей.

Крім того, змістовні модулі 1,3 містять аудиторні контрольні, а змістовний модуль 2 – чотири реферати.

Максимальна кількість балів за кожним видом контролю наведена в п.12.

**Підсумковий семестровий контроль:** іспит.

Форма іспиту – письмово-усна (теоретичні питання, практичне завдання, опитування – співбесіда).

Остаточний бал виставляється за кількістю балів поточного і періодичного контролю та за результатами іспиту (згідно зі шкалою оцінювання з п. 12).

**При оцінюванні в балах рівня засвоєння матеріалу використовуються загальні критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти:**

Оцінка за національною шкалою	Теоретична підготовка	Практична підготовка
	Здобувач освіти	
Відмінно	у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.	глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу.
Добре	достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову	правильно вирішив більшість розрахункових/тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання.

	літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	
Задовільно	володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.	може використовувати знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.
Незадовільно з можливістю повторного складання	володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно відокремлює випадкові ознаки вивченого; не вміє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки.	недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.
Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача

## 11. Питання для підсумкового контролю

### Теорія ймовірностей (теми 1-8).

1. Визначити предмет вивчення теорії ймовірностей, випадковий експеримент, частоту та властивість стійкості частот. Надати статистичне означення ймовірності.
2. Визначити ймовірнісну модель експерименту зі зліченною множиною наслідків.
3. Надати означення умовної ймовірності. Записати формулу повної ймовірності та формула Байєса.
4. Надати означення незалежних подій, незалежних випробувань. Визначити схему Бернуллі, записати формулу біномних ймовірностей та формулу для обчислення найімовірнішого числа «успіхів». Сформулювати теорему Пуассона. Навести приклади застосувань.

5. Сформулювати локальну та інтегральну теореми Муавра-Лапласа, навести приклади їх застосування.
6. Означити випадку величину у скінченному імовірнісному просторі та її числові характеристики. Навести властивості математичного сподівання та дисперсії.
7. Визначити сумісний розподіл випадкових величин, його характеристики. Надати означення незалежних випадкових величин. Навести приклади.
8. Сформулювати та довести мультиплікативну властивість математичного сподівання, адитивну властивість дисперсії. Знайти математичне сподівання та дисперсію біноміальної випадкової величини.
9. Надати означення коваріації, довести її властивості. Визначити коефіцієнт кореляції, множину його значень, застосування.
10. Надати означення дискретного імовірнісного простору та дискретної величини. Навести приклади.
11. Надати означення простору геометричних ймовірностей. Навести властивості геометричної ймовірності. Розглянути задачу про зустріч.
12. Сформулювати загальне означення імовірнісного простору за Колмогоровим, властивості ймовірності у даному просторі.
13. Надати означення випадкової величини у загальному ймовірнісному просторі, функції розподілу та її властивості, щільності. Записати щільності рівномірного, нормального та експотенційного розподілів.
14. Надати означення випадкового вектору, його функції та щільності розподілу, незалежності випадкових величин. Сформулювати критерії незалежності у термінах функцій розподілу та щільностей.
15. Надати означення математичного сподівання, дисперсії, коваріації, коефіцієнту кореляції випадкової величини у загальному випадку. Визначити властивості.
16. Сформулювати та довести нерівність Чебишова, правило трьох сигм, закон великих чисел Чебишова.
17. Сформулювати центральну граничну теорему Ляпунова та навести приклади областей та способів її застосування.

#### **Основи математичної статистики (теми 9-12).**

18. Визначити задачі та методи математичної статистики. Означити вибірку, емпіричні функцію та густину розподілу, емпіричні характеристики випадкових величин. Сформулювати властивість спроможності.
19. Надати означення довірчого інтервалу, квантіля розподілу, довірчих інтервалів для математичного сподівання та дисперсії нормального розподілу. Записати довірчий інтервал для ймовірності біноміального розподілу.
20. Статистичні гіпотези та спосіб їх класифікації, помилки першого та другого роду. Розповісти принцип побудови статистичного критерію, навести означення критичної області, рівня значущості критерію.
21. Надати означення асиметрії, ексцесу, сформулювати найпростіші критерії перевірки гіпотези про розподіл (критерії згоди). Асиметрія, ексцес. Сформулювати критерій Пірсона для перевірки гіпотези про розподіл.
22. Навести спосіб перевірки гіпотез про рівність середніх та дисперсій нормальних генеральних сукупностей.
23. Надати означення вибіркового коефіцієнту кореляції, пояснити спосіб його застосування.
24. Надати означення регресійної прямої. Отримати оцінки параметрів лінійної регресії методом найменших квадратів. Пояснити способи використання регресійних моделей.

### Ймовірнісні процеси (теми 13-15).

25. Надати означення випадкового процесу, його траєкторії, перерізу, функції розподілу, функції середніх та кореляційної функції. Класифікувати множину випадкових процесів.
26. Надати означення однорідного ланцюга Маркова з дискретним часом, визначити його фізичний сенс. Сформулювати лему про ймовірності переходу за  $n$  кроків. Навести класифікацію станів, критерій зворотності, теорему солідарності.
27. Сформулювати ергодичну теорему для нерозкладного ланцюга Маркова зі скінченною множиною станів. Навести означення та спосіб обчислення стаціонарних ймовірностей.
28. Розглянути випадкове блукання з поглинанням; блукання з відзеркаленням; випадкове блукання на прямій. Дослідити періодичність, зворотність його станів.
29. Надати означення потоку подій та його характеристик, потоків Пуасона, Пальма та Ерланга. Навести приклади їх застосувань.
30. Означити процес Вінера та його властивості. Навести приклади застосувань.

## 12. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний та періодичний контроль						Іспит	Сума балів		
Змістовий модуль 1		Змістовий модуль 2						Змістовий модуль 3	
КР1	КР2	Р1	Р2	Р3	Р4	КР3	25	100	
5	5	3	4	4	4	5			
поточний - 15		поточний - 15				поточний - 15			

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для іспиту
90 – 100	<b>A</b>	відмінно
82-89	<b>B</b>	добре
74-81	<b>C</b>	
64-73	<b>D</b>	задовільно
60-63	<b>E</b>	
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## 13. Навчально-методичне забезпечення

1. Робоча програма навчальної дисципліни.
2. Силабус навчальної дисципліни.
3. Процеров Ю. С. Теорія ймовірностей : навч.-метод. посіб. для студ. ф-ту математики, фізики та інформаційних технологій спец. 113 Прикладна математика та 111 Математика. Одеса : Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, 2023. 186 с.

4. Процеров Ю. С. Математична статистика : навч.-метод. посіб. для студентів ф-ту математики, фізики та інформ. технологій спец. 113 Прикладна. Одеса : Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, 2023. 132 с.
5. Процеров Ю. С. Випадкові процеси : навч.-метод. посіб. Одеса : Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, 2022. 108 с.

### **13. Рекомендована література**

#### **Основна:**

1. Турчин В. М. Теорія ймовірностей та математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі: підручник. Д.: ІМА-прес, 2014. 556с.
2. Мамай Л. М. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч.-метод. посіб.. Ужгород, 2021. 98 с.
3. Полтораченко Н.І. Теорія ймовірності, ймовірнісні процеси і математична статистика: конспект лекцій. Київ: КНУБА, 2020. 56 с.
4. Погоруй А. О., Чемерис О. А. Вступ до теорії випадкових процесів : навч. посіб. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2020. 70 с.
5. Новицький І.В., Ус С.А.. Випадкові процеси: навч. посіб. Д.: НГУ, 2011. 125 с.
6. Слейко Я.І., Копитко Б.І., Тріш Б.М. Теорія ймовірностей: теореми, приклади і задачі: нав. посіб. Львів: Львівський національний університет ім. І. Франка, 2009. 250 с.
7. Коляда Р.В., Пушак А.С., Мельник І.О. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: навч. посіб. Львів: Укр. акад.. друкарства, 2010. 160 с.
8. Гармаш О.В.. Теорія випадкових процесів: Задачі для самостійної роботи: навч. посіб. для студ. спец. 171 «Електроніка». Київ : КПІ, 2021. 44 с. URL: [https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/41025/1/TVP\\_zadachi.pdf](https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/41025/1/TVP_zadachi.pdf) (дата звернення: 05.09.2022).

#### **Додаткова:**

- 1) Теорія ймовірності, імовірнісні процеси та математична статистика: конспект лекцій / уклад.: Баліна О.І. та ін. К.: КНУБА, 2014. 100 с.
- 2) Коломієць, С. В. Теорія випадкових процесів : практикум. Суми : ДВНЗ “УАБС НБУ”, 2011. 80 с.

### **12. Електронні інформаційні ресурси**

- 1) <http://liber.onu.edu.ua> – наукова бібліотека ОНУ імені І. І. Мечникова.
- 2) <http://www.ukrstat.gov.ua/> - Державна служба статистики України [Електронний ресурс].
- 3) <https://www.kaggle.com> – платформа для змагань з аналітики та передбачувального моделювання, в рамках якого статистики та добувачі даних конкурують у створенні найкращих моделей для прогнозування та опису даних, запропонованих компаніями або користувачами.
- 4) <https://scholar.google.com.ua> – пошук наукової літератури у різних дисциплінах і за різними джерелами, включаючи рецензовані статті, дисертації, книги, реферати та звіти, опубліковані видавництвами наукової літератури, професійними асоціаціями, вищими навчальними закладами та іншими науковими організаціями.
- 5) <https://worldwidescience.org> – глобальний науковий шлюз, що складається з національних та міжнародних наукових баз даних і порталів.