

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА
Кафедра математичного аналізу



ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної
роботи

« 09 » 20 24 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
ОК 05.3 «Вища математика (Диференціальні рівняння)»

Рівень вищої освіти: *Перший (бакалаврський)*

Галузь знань: *12 Інформаційні технології*

Спеціальність: *122 Комп'ютерні науки*

Освітньо-професійна програма: *Комп'ютерні науки*

ОНУ
2024

Робоча програма навчальної дисципліни «Вища математика (Диференціальні рівняння)». – Одеса: ОНУ, 2024. – 21 с.

Розробники:

Кольцова Лілія Леонідівна, старший викладач кафедри математичного аналізу

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № 1 від. “29” 08 2024 р.

Завідувач кафедри _____ (Анатолій КОРЕНОВСЬКИЙ)
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Погоджено із гарантом ОПП «Комп'ютерні науки»

_____ (Алла КАМЕНЄВА)
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК)

з інформаційних технологій

Протокол № 1 від. “30” 08 2024 р.

Голова НМК _____ (Марина Мартинівна)
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № ___ від. “ ___ ” _____ 20__ р.

Завідувач кафедри _____ (_____)
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № ___ від. “ ___ ” _____ 20__ р.

Завідувач кафедри _____ (_____)
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		Очна форма навчання	Заочна форма навчання
Загальна кількість кредитів – 3 годин – 90 змістових модулів – 3	Галузь знань: <i>12 Інформаційні технології</i> Спеціальність: <i>122 Комп'ютерні науки</i> Спеціалізації: Рівень вищої освіти: <i>Перший (бакалаврський)</i>	<i>Обов'язкова дисципліна</i>	
		<i>Рік підготовки</i>	
		<i>1-й</i>	<i>1-й</i>
		<i>Семестр</i>	
		<i>2-й</i>	<i>2-й</i>
		<i>Леції</i>	
		<i>18 год.</i>	<i>6 год.</i>
		<i>Практичні, семінарські</i>	
		<i>26 год.</i>	<i>6 год.</i>
		<i>Лабораторні</i>	
		<i>–</i>	<i>–</i>
		<i>Самостійна робота</i>	
		<i>46 год.</i>	<i>78 год.</i>
		Форма підсумкового контролю	
<i>іспит</i>			

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: ознайомити з базовими поняттями і методами теорії диференціальних рівнянь, навчити побудові математичних моделей для аналізу різноманітних процесів і явищ, пов'язаних із сучасними технологіями та обчислювальними системами.

Завдання: сформувати цілісну систему знань щодо диференціальних рівнянь на рівні, достатньому для моделювання та аналізу процесів у комп'ютерних науках; сприяти розвитку логічного, аналітичного та алгоритмічного мислення студентів; навчити ефективно працювати з науковою літературою та технічною документацією, удосконалювати навички самостійного опрацювання матеріалів; забезпечити необхідний рівень математичної підготовки для вивчення дисциплін, пов'язаних з програмуванням, аналізом даних та теорією обчислень.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей:**

ІК. Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі комп'ютерних наук або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів інформаційних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

ЗК01. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

СК01. Здатність до математичного формулювання та дослідження неперервних та дискретних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування.

Програмні результати навчання:

ПРО2. Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу, лінійної алгебри, аналітичної геометрії, в професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру в процесі проектування та реалізації об'єктів інформатизації.

ПРО6. Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.

ПР19. Володіти державною та іноземною мовами, вміти професійно спілкуватися у предметній області комп'ютерних наук як усно, так і письмово.

У результаті вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти повинен

знати:

- основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь;
- основні типи диференціальних рівнянь 1-го порядку, що інтегруються в квадратурах;
- ознаки існування та єдиності розв'язків ДР;
- типи ДР вищих порядків, що припускають зниження порядку;
- основи теорії лінійних диференціальних рівнянь ;
- основні поняття теорії нормальних систем диференціальних рівнянь;
- основи теорії систем лінійних диференціальних рівнянь;

вміти:

- визначати типи ДР 1-го порядку, що інтегруються в квадратурах, знаходити загальний інтеграл таких рівнянь, знаходити частинні розв'язки ДР, що задовольняють задані початкові умови;
- визначати типи ДР вищих порядків, що припускають зниження порядку, володіння основними методами зниження порядку;
- користуватися теоремами існування та єдиності;
- інтегрувати лінійні ДР n -го порядку зі сталими коефіцієнтами; знаходити розв'язки, що задовольняють задані початкові умови;
- інтегрувати лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами;
- самостійно опрацьовувати літературу;

- застосовувати отримані знання для вирішення конкретних прикладних задач у процесі навчання та подальшої професійної діяльності, а також у звичайному житті.

Бути здатними до безперервного саморозвитку та самовдосконалення. Сприяти розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.

3. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. *Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку.*

Тема 1. Загальні відомості про диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку.

Диференціальні рівняння та математичне моделювання, основні поняття та означення. Задачі, що приводять до диференціальних рівнянь.

Основні означення й поняття ДР-1. Задача Коші. Умови існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Класифікація розв'язків. Геометричне та механічне тлумачення диференціального рівняння першого порядку та його розв'язків.

Тема 2. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні у квадратурах. Лінійні диференціальні рівняння та звідні до них.

Рівняння з відокремлюваними змінними та звідні до них. Однорідні рівняння. Рівняння, звідні до однорідних.

Лінійне рівняння та методи його розв'язування. Властивості розв'язків лінійних рівнянь. Рівняння Я. Бернуллі. Рівняння Ріккати.

Тема 3. Основні властивості розв'язків диференціальних рівнянь першого порядку.

Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Продовження розв'язку задачі Коші. Коректність задачі Коші.

Змістовий модуль 2. *Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків.*

Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.

Основні поняття й означення. Задача Коші. Класифікація розв'язків. Рівняння, яке містить тільки незалежну змінну і похідну порядку n .

Рівняння, яке не містить шуканої функції та кількох послідовних похідних. Рівняння, яке не містить незалежної змінної. Рівняння, однорідне відносно шуканої функції та її похідних. Рівняння з точними похідними.

Тема 5. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку.

Основні означення й поняття. Властивості розв'язків лінійного однорідного рівняння. Лінійно залежні та лінійно незалежні функції. Основна теорема. Формула Остроградського-Ліувілля.

Тема 6. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку.

Основні означення й поняття. Метод Ейлера. Випадок простих характеристичних чисел. Метод Ейлера. Випадок кратних характеристичних чисел. Диференціальні рівняння, звідні до рівнянь зі сталими коефіцієнтами.

Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного рівняння. Метод варіації довільних сталих. Метод невизначених коефіцієнтів.

Змістовий модуль 3. Системи диференціальних рівнянь.

Тема 7. Системи звичайних диференціальних рівнянь

Основні означення й поняття. Механічне тлумачення нормальної системи та її розв'язків. Зведення диференціального рівняння n -го порядку до нормальної системи й обернена задача. Лінійні однорідні системи.

Тема 8. Лінійні однорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.

Лінійно залежні та лінійно незалежні сукупності функцій. Формула Остроградського-Якобі. Основна теорема. Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера.

Тема 9. Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.

Структура загального розв'язку лінійної неоднорідної системи. Метод варіації довільних сталих. Метод невизначених коефіцієнтів.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви тем	Кількість годин									
	Очна форма					Заочна форма				
	Усього	у тому числі				Усього	у тому числі			
		л	п/с	лаб	ср		л	п/с	лаб	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Змістовий модуль 1. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку.										
Тема 1. Загальні відомості про диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку.	4	2	–	–	2	4	0,5	–	–	3,5
Тема 2. Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні	12	2	6	–	4	12	1	2	–	9

у квадратурах. Лінійні диференціальні рівняння та звідні до них.										
Тема 3. Основні властивості розв'язків диференціальних рівнянь першого порядку.	5	2	–	–	3	5	0,5	–	–	4,5
Модульна контрольна робота № 1	6	–	2	–	4	6	–	–	–	6
Разом за змістовим модулем 1	27	6	8	–	13	27	2	2	–	23
Змістовий модуль 2. Звичайні диференціальні рівняння вищих порядків.										
Тема 4. Диференціальні рівняння вищих порядків. Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.	8	2	2	–	4	8	0,5	0,5	–	7
Тема 5. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	5	2	–	–	3	5	0,5	–	–	4,5
Тема 6. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	15	2	6	–	7	15	1	1,5	–	12,5

Модульна контрольна робота № 2	6	–	2	–	4	6	–	–	–	6
Разом за змістовим модулем 2	34	6	10	–	18	34	2	2	–	30
Змістовий модуль 3. Системи диференціальних рівнянь.										
Тема 7. Системи звичайних диференціальних рівнянь.	6	2	2	–	2	6	0,5	0,5	–	5
Тема 8. Лінійні однорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.	7	2	2	–	3	7	1	0,5	–	5,5
Тема 9. Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.	10	2	2	–	6	10	0,5	1	–	8,5
Модульна контрольна робота № 3	6	–	2	–	4	6	–	–	–	6
Разом за змістовим модулем 3	29	6	8	–	15	29	–	–	–	25
Усього годин	90	18	26	–	46	90	6	6	–	78

5. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені.

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Оч.ф.	З.ф.
1	Рівняння з відокремлюваними змінними та звідні до них.	2	0,5
2	Однорідні рівняння та звідні до них.	2	0,5
3	Лінійні рівняння (методи Лагранжа, Бернуллі) та звідні до них.	2	1
4	Модульна контрольна робота № 1 (для оч.ф.н.)	2	–
5	Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.	2	0,5
6	Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами.	2	0,5

7	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	4	1
8	Модульна контрольна робота № 2 (для оч.ф.н.)	2	–
9	Системи звичайних диференціальних рівнянь (метод виключення). Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами (метод Ейлера).	2	1
10	Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь (метод варіації довільних сталих).	2	0,5
11	Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь (метод невизначених коефіцієнтів).	2	0,5
12	Модульна контрольна робота № 3 (для оч.ф.н.)	2	–
	Всього годин	26	6

7. Теми лабораторних занять

Лабораторні заняття не передбачені.

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Оч.ф.	З.ф.
1	Загальні відомості про диференціальні рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку.	2	3,5
2	Найпростіші диференціальні рівняння першого порядку, інтегровні у квадратурах. Лінійні диференціальні рівняння та звідні до них.	4	9
3	Основні властивості розв'язків диференціальних рівнянь першого порядку.	3	4,5
4	Підготовка до МКР-1 за з.м.1 (т.1-3)	4	4
5	Модульна контрольна робота № 1 (для з.ф.н.)	–	2
6	Диференціальні рівняння вищих порядків. Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають зниження порядку.	4	7
7	Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	3	4,5
8	Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку.	7	12,5
9	Підготовка до МКР-2 за з.м.2 (т.4-6)	4	4
10	Модульна контрольна робота № 2 (для з.ф.н.)	–	2
11	Системи звичайних диференціальних рівнянь.	2	5
12	Лінійні однорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.	3	5,5
13	Лінійні неоднорідні системи звичайних диференціальних рівнянь.	6	8,5

14	Підготовка до МКР-3 за з.м.3 (т.7-9)	4	4
15	Модульна контрольна робота № 3 (для з.ф.н.)	–	2
16	Всього годин	46	78

До самостійної роботи відносяться: підготовка до лекцій, практичних занять; робота з конспектом та рекомендованою літературою; виконання домашніх практичних завдань.

Результати самостійної роботи перевіряються під час самостійної роботи студента під керівництвом викладача в аудиторіях або за допомогою відеоресурсів (Google Meet), а також оформлені роботи можуть бути надіслані в Google Classroom.

9. Методи навчання

При викладанні дисципліни використовуються словесні методи навчання, наочні методи навчання. Головним словесним методом навчання є лекція.

Під час проведення лекцій використовуються наступні методи навчання: пояснювально-ілюстративний метод або інформаційно-рецептивний; репродуктивний метод (репродукція – відтворення); метод проблемного викладу; частково-пошуковий, або евристичний метод.

Під час практичних занять використовуються наступні методи навчання: частково-пошуковий, або евристичний метод; дискусійний метод.

Під час самостійної роботи використовуються наступні методи навчання: дослідницький метод.

10.Форми контролю і методи оцінювання (у т.ч. критерії оцінювання результатів навчання)

Для кожної теми формами контролю навчальних здобутків студентів є **поточний контроль** – аудиторне поточне опитування; оцінка активності роботи на заняттях; оцінка позааудиторної самостійної роботи; рівень розуміння тем, що розглядаються, за результатами контрольних робіт.

Активна робота на заняттях передбачає, що на запитання викладача студенти за власною ініціативою наводять означення понять, формулювання тверджень, передбачених програмою дисципліни, демонструють власні розв'язання вправ і задач, беруть участь у дискусії щодо оптимальних способів отримання правильних результатів.

Позааудиторна самостійна робота передбачає опрацювання теоретичного матеріалу кожної лекції та виконання домашніх завдань – розв'язання вправ та задач на відповідну тему.

Підсумковий контроль: іспит. Форма проведення іспиту – усна.

Загальні критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів освіти

Оцінка за національною шкалою	Теоретична підготовка	Практична підготовка
	Здобувач освіти	

<p>Відмінно (90-100% від максимальної кількості балів)</p>	<p>у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.</p>	<p>глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу.</p>
<p>Добре (75-89% від максимальної кількості балів)</p>	<p>достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому</p>	<p>правильно вирішив більшість розрахункових/тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання.</p>

	окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	
Задовільно (60-74% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.	може використовувати знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.
Незадовільно з можливістю повторного складання (35-59% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вміє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки.	недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.
Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни (0-34% від максимальної кількості балів)	не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача

11. Питання для поточного та підсумкового контролю

- 1) Що називають звичайним диференціальним рівнянням? У чому полягає відмінність між звичайними диференціальними рівняннями та рівняннями з частинними похідними?
- 2) Як визначається порядок диференціального рівняння?

- 3) Яка функція є розв'язком диференціального рівняння? Як називається процес знаходження розв'язків диференціального рівняння? Що таке інтегральна крива диференціального рівняння?
- 4) У чому полягає основна задача теорії інтегрування диференціальних рівнянь?
- 5) Що таке математичне моделювання реальних процесів і явищ, і яку роль воно відіграє у їх дослідженні? Що називають диференціальною моделлю? Наведіть приклади прикладних задач, що приводять до звичайних диференціальних рівнянь.
- 6) Який вигляд має рівняння сімейства кривих, залежних від одного (або n) параметрів? Як отримати диференціальне рівняння для заданого сімейства однопараметричних (або n -параметричних) кривих?
- 7) Якою є загальна форма звичайного диференціального рівняння першого порядку? Яку функцію вважають його розв'язком на інтервалі $(a; b)$?
- 8) Що називають нормальною формою звичайного диференціального рівняння першого порядку? Як перетворити рівняння $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ до нормальної форми?
- 9) Як сформулювати задачу Коші для диференціального рівняння першого порядку? Який її геометричний та фізичний зміст?
- 10) Сформулюйте теорему Пеано про існування розв'язку задачі Коші для рівняння $y' = f(x, y)$. Чи можуть інтегральні криві з неперервною правою частиною перетинатися або дотикатися одна одної?
- 11) Чи гарантує неперервність функції $f(x, y)$ існування єдиного розв'язку задачі Коші для рівняння $y' = f(x, y)$? Сформулюйте теорему Коші. Чи можливе існування єдиного розв'язку при невиконанні умов теореми Коші?
- 12) Дайте означення загального розв'язку диференціального рівняння $y' = f(x, y)$ у області існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Що називають загальним інтегралом та загальним розв'язком у параметричній формі?
- 13) Що таке частинний розв'язок рівняння $y' = f(x, y)$? Який розв'язок називається особливим? Поясніть геометричний зміст цих розв'язків.
- 14) Який геометричний зміст мають рівняння $y' = f(x, y)$ та його розв'язки? Як визначити нахил інтегральної кривої в заданій точці за виглядом правої частини рівняння? Як побудувати поле напрямків, задане цим рівнянням? У чому полягає геометричний зміст інтегрування цього рівняння?

- 15) Що таке ізокліна? Яке рівняння описують ізокліни для диференціального рівняння $y' = f(x, y)$? У чому полягає метод ізоклін для наближеного розв'язання диференціального рівняння?
- 16) Який фізичний зміст мають диференціальне рівняння $y' = f(x, y)$ та його розв'язки? Як пов'язані між собою графік руху, визначений цим рівнянням, та траєкторія цього руху? Що називають станом спокою, і як виглядають його графік і траєкторія?
- 17) Що називають диференціальним рівнянням з відокремленими змінними? Як знайти загальний інтеграл такого рівняння?
- 18) Що таке диференціальне рівняння з відокремлюваними змінними? Як інтегрується таке рівняння? Які функції можуть бути його особливими розв'язками?
- 19) Які заміни змінних дозволяють звести рівняння $y' = f(ax + by + c)$ до рівняння з відокремлюваними змінними?
- 20) За яких умов функція $f(x, y)$ є однорідною степеня m ? Наведіть приклади однорідних функцій степеня 0, 1, 2, 3, а також приклади неоднорідних функцій.
- 21) Що таке однорідне диференціальне рівняння першого порядку? За допомогою якої заміни його можна звести до рівняння з відокремлюваними змінними?
- 22) Якою має бути права частина рівняння $y' = f(x, y)$, щоб рівняння було однорідним?
- 23) Якщо функції $M(x, y)$ і $N(x, y)$ є однорідними, чи достатньо цього, щоб рівняння $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ було однорідним?
- 24) Яких значень повинні набувати числа c_1 і c_2 , щоб диференціальне рівняння $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$ було однорідним?
- 25) Яких значень повинні набувати коефіцієнти a_1, a_2, b_1, b_2 , щоб рівняння $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$ можна було звести до однорідного? Коли це рівняння можна відразу звести до рівняння з відокремлюваними змінними?
- 26) Що називають узагальнено-однорідними рівняннями? Яка заміна використовується для їх інтегрування?
- 27) Який загальний вигляд має лінійне диференціальне рівняння першого порядку? У чому полягає різниця між лінійними неоднорідними та однорідними рівняннями?

- 28) Чи може лінійне неоднорідне рівняння з неперервними коефіцієнтами мати особливі розв'язки? Обґрунтуйте відповідь, використовуючи теорему Коші.
- 29) У чому полягає метод варіації довільної сталої для інтегрування лінійного неоднорідного рівняння?
- 30) У чому полягає метод підстановки при інтегруванні лінійного неоднорідного рівняння?
- 31) Який загальний вигляд має рівняння Бернуллі? Як застосовується метод варіації довільної сталої для його інтегрування? Чи може рівняння Бернуллі мати особливі розв'язки? Від чого це залежить?
- 32) Який вигляд має рівняння Ріккати? За якої умови це рівняння інтегрується в квадратурах? До якого рівняння воно зводиться у цьому випадку?
- 33) Як формулюється теорема Коші про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного відносно похідної? Які основні ідеї її доведення?
- 34) Як, використовуючи метод послідовних наближень, можна знайти наближений розв'язок задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного відносно похідної?
- 35) Чи можна продовжити розв'язок задачі Коші за межі інтервалу, визначеного теоремою Коші? Наведіть приклади.
- 36) У чому полягає зміст поняття коректності задачі Коші? Наведіть теореми про неперервну залежність розв'язків від параметра та від початкових умов. Яка практична важливість цих теорем?
- 37) Який загальний вигляд має диференціальне рівняння n -го порядку, розв'язане відносно старшої похідної? Що називають розв'язком цього рівняння на деякому інтервалі?
- 38) Як сформулювати задачу Коші для диференціального рівняння n -го порядку? Яка достатня умова існування розв'язку такої задачі? Наведіть теорему Коші про існування та єдиність розв'язку.
- 39) Який геометричний та фізичний зміст мають диференціальне рівняння другого порядку, його розв'язки відповідні задачі Коші?
- 40) Що називають загальним розв'язком (загальним інтегралом) диференціального рівняння n -го порядку? Що таке частинний та особливий розв'язки? Чи може диференціальне рівняння n -го порядку мати безліч особливих розв'язків?
- 41) Який вигляд має загальний розв'язок рівняння $y^{(n)} = f(x)$ з неперервною правою частиною? Яка формула дозволяє записати цей розв'язок через одну квадратуру?

- 42) Як можна інтегрувати рівняння, що містить лише незалежну змінну та n -ну похідну шуканої функції, якщо розв'язати його відносно похідної неможливо?
- 43) За допомогою якої заміни можна знизити порядок диференціального рівняння n -го порядку, яке не містить шуканої функції, і рівняння, що не містить шуканої функції та послідовних перших похідних? Запишіть загальний вигляд таких рівнянь.
- 44) Який загальний вигляд має диференціальне рівняння n -го порядку, яке не містить незалежної змінної? Яка заміна дозволяє знизити порядок цього рівняння?
- 45) Яку умову повинна задовольняти ліва частина диференціального рівняння $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$, щоб воно було однорідним відносно шуканої функції та її похідних? Яку заміну виконують у такому рівнянні?
- 46) Як можна знизити порядок рівняння $F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$, якщо його ліва частина є точною похідною деякої функції? Що називають першим інтегралом? Яку функцію називають інтегруючим множником такого рівняння?
- 47) Який вигляд має лінійне диференціальне рівняння n -го порядку? У чому полягає різниця між лінійним однорідним та неоднорідним рівняннями?
- 48) Що таке лінійний диференціальний оператор n -го порядку і які його основні властивості? Як можна записати лінійні однорідні та неоднорідні рівняння з використанням лінійного диференціального оператора?
- 49) Чи є лінійна комбінація зі сталими коефіцієнтами часткових розв'язків лінійного однорідного рівняння також його розв'язком?
- 50) Які функції називають лінійно незалежними та лінійно залежними на інтервалі? Наведіть приклади таких функцій.
- 51) Що таке вронскіан функцій y_1, y_2, \dots, y_n ?
- 52) Як формулюється необхідна умова лінійної залежності функцій y_1, y_2, \dots, y_n ? Як формулюється необхідна і достатня умова лінійної незалежності n частинних розв'язків лінійного однорідного рівняння?
- 53) Що називають фундаментальною системою розв'язків лінійного однорідного рівняння? Як побудувати загальний розв'язок, знаючи фундаментальну систему?
- 54) Який вигляд має формула Остроградського-Ліувілля? Які властивості вронскіана розв'язків лінійного однорідного рівняння впливають з цієї формули?

- 55) Який вигляд має лінійне диференціальне рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами?
- 56) Що називають характеристичним рівнянням, і які назви мають його корені?
- 57) Який вигляд має формула загального розв'язку лінійного однорідного рівняння n -го порядку у випадку простих дійсних характеристичних чисел?
- 58) Які два дійсні лінійно незалежні частинні розв'язки лінійного однорідного рівняння відповідають парі комплексно-спряжених характеристичних чисел $a \pm ib$?
- 59) Які дійсні лінійно незалежні розв'язки лінійного однорідного рівняння відповідають дійсному характеристичному числу кратності s ?
- 60) Який вигляд має рівняння Ейлера? За допомогою якої заміни незалежної змінної його можна звести до рівняння зі сталими коефіцієнтами?
- 61) Який вигляд має рівняння Лагранжа? Яка заміна дозволяє звести його до рівняння зі сталими коефіцієнтами?
- 62) Яку структуру має загальний розв'язок лінійного неоднорідного рівняння n -го порядку?
- 63) Який вигляд має частинний розв'язок лінійного неоднорідного рівняння, якщо його права частина є сумою декількох доданків?
- 64) У чому полягає метод варіації довільних сталих для інтегрування лінійного неоднорідного рівняння n -го порядку?
- 65) У чому полягає метод невизначених коефіцієнтів для знаходження часткових розв'язків лінійного неоднорідного рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами? Якого вигляду повинна бути права частина рівняння, щоб можна було застосувати цей метод?
- 66) Який загальний вигляд має система звичайних диференціальних рівнянь першого порядку? Що називають розв'язком цієї системи на деякому інтервалі?
- 67) Який вигляд має нормальна система диференціальних рівнянь першого порядку? Як формулюється задача Коші для такої системи? Який її геометричний та фізичний зміст? Що таке автономна нормальна система?
- 68) Який фізичний зміст має нормальна система та її розв'язок? Що таке фазовий простір, фазова площина, фазова пряма? Як пов'язані між собою рух, описуваний системою диференціальних рівнянь, та його траєкторія? Що називають станом спокою, і яка його траєкторія?
- 69) Як формулюється теорема Коші про достатні умови існування та єдиності неперервно диференційовного розв'язку задачі Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь?

- 70) Що називають загальним розв'язком (інтегралом) нормальної системи диференціальних рівнянь у області існування та єдиності розв'язків задачі Коші? Що таке частинні та особливі розв'язки нормальної системи, і як вони пов'язані із загальним розв'язком?
- 71) Що таке інтегровані комбінації, і як вони використовуються для знаходження загального інтеграла?
- 72) Як диференціальне рівняння n -го порядку, розв'язане відносно старшої похідної, можна звести до еквівалентної нормальної системи диференціальних рівнянь? У чому полягає метод виключення при розв'язуванні нормальної системи?
- 73) Який вигляд має лінійна система диференціальних рівнянь? У чому полягає різниця між лінійною неоднорідною та однорідною системами? Які властивості мають розв'язки лінійної однорідної системи?
- 74) Які набори функцій називають лінійно незалежними (лінійно залежними) на деякому інтервалі? Наведіть приклади таких наборів функцій.
- 75) Що таке вронскіан розв'язків лінійної однорідної системи n рівнянь? Як за допомогою вронскіана визначити лінійну незалежність заданих n наборів функцій?
- 76) Як формулюється необхідна умова лінійної незалежності n розв'язків лінійної однорідної системи n диференціальних рівнянь? Сформулюйте необхідну і достатню умову лінійної незалежності на інтервалі $(a;b)$ n розв'язків лінійної однорідної системи.
- 77) Який вигляд має формула Остроградського-Якобі? Які властивості впливають з цієї формули?
- 78) Що називають фундаментальною системою розв'язків лінійної однорідної системи на деякому інтервалі? Яка її роль у побудові загального розв'язку?
- 79) Який вигляд має лінійна однорідна система диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами? Що називають характеристичним визначником, характеристичним рівнянням та характеристичними числами такої системи?
- 80) У чому полягає метод Ейлера для інтегрування лінійних однорідних систем зі сталими коефіцієнтами? Як структура фундаментальної системи розв'язків залежить від виду характеристичних чисел?
- 81) Як знайти загальний розв'язок лінійної неоднорідної системи, якщо відомі її частинний розв'язок і загальний розв'язок відповідної однорідної системи?
- 82) У чому полягає метод варіації довільних сталих для знаходження загального розв'язку лінійної неоднорідної системи?

83) У чому полягає метод невизначених коефіцієнтів для інтегрування лінійних неоднорідних систем зі сталими коефіцієнтами? Чи можна застосувати цей метод до будь-якої лінійної системи?

12. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль					Підсумковий контроль (іспит)	Сума балів
Активність на заняттях	Позааудиторна робота	ЗМ 1 (МКР-1)	ЗМ 2 (МКР-2)	ЗМ 3 (МКР-3)		
5	5	20	20	20	30	100

Розподіл балів за видами навчальної роботи

Поточний контроль:

1. Бали за активність на заняттях:

Бали нараховуються за плідну роботу та відповіді на практичних заняттях. Але не більше ніж **5 балів** протягом семестру.

1 бал – самостійно правильно розв'язане завдання і прокоментоване розв'язання.

0,5 бала – самостійно правильно розв'язане більше ніж 50% завдання.

0 балів – пасивна робота на практичному занятті.

2. Позааудиторна самостійна робота:

Бали нараховуються за опрацювання теоретичного матеріалу кожної лекції та виконання домашніх завдань. Але не більше ніж **5 балів** протягом семестру.

1 бал – 100% правильно розв'язаних завдань.

0,5 бала – правильно розв'язаних завдань більше ніж 50%.

0 балів – в інших випадках.

3. Аудиторна контрольна робота:

За одну роботу можна отримати максимально **20 балів**. Розподіл балів між завданнями залежить від кількості завдань та їх складності.

Здобувачі освіти, які за сумою балів поточного контролю мають бальну оцінку з дисципліни від 60 балів, можуть, за їх бажанням, бути:

- звільнені від складання іспиту й отримати оцінку, відповідно бальній оцінці з дисципліни;
- допущені до складання іспиту з метою підвищення оцінки.

Підсумковий контроль:

Екзаменаційний білет містить три теоретичних питання. Кожне питання оцінюється за 10-бальною шкалою. Критерії оцінювання відповіді здобувача вказані в п. 10.

Кінцева оцінка виставляється за сумою балів поточного та підсумкового контролю за шкалою, що наведена нижче:

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для іспиту
90 – 100	A	відмінно
85-89	B	добре
75-84	C	
70-74	D	
60-69	E	задовільно
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

13. Навчально-методичне забезпечення

- 1) Робоча програма навчальної дисципліни
<https://onu.edu.ua/uk/structure/faculty/fmfit/dystsypliny>
- 2) Силабус <https://onu.edu.ua/uk/structure/faculty/fmfit/dystsypliny>
- 3) Звичайні диференціальні рівняння та системи звичайних диференціальних рівнянь: навч.-метод. посіб. / Г. Є. Самкова, Н. В. Шарай, О. П. Мойсеєнок; Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, Ф-т математики, фізики та інформ. технологій. - Одеса: ОНУ, 2019. - 110 с.
- 4)
- 5) Конспект лекцій в електронному вигляді (Google Classroom)

14. Рекомендована література

Основна:

- 1) Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння : навчальний посібник. Вид. 3-тє, випр. – Івано-Франківськ: Прикарпат. нац. ун-т ім. В. Стефаника, 2021. 266 с.
- 2) Гой Т.П., Махней О.В. Практикум з диференціальних рівнянь. Ч.1. Диференціальні рівняння першого порядку. – Івано-Франківськ: Голіней, 2017. 116 с.
- 3) Гой Т.П., Махней О.В., Негрич М.П., Симолюк М.М. Практикум з диференціальних рівнянь. Ч.2. Диференціальні рівняння вищих порядків, системи диференціальних рівнянь. – Івано-Франківськ: Голіней, 2019. 176 с.
- 4) Головатий Ю. Д. Диференціальні рівняння / Ю. Д. Головатий, В. М. Кирилич, С. П. Лавренюк. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 470 с.
- 5) Диференціальні рівняння: Навчальний посібник / Тацій Р.М., Чмир О.Ю., Шевчук І.В. – Львів: ЛДУ БЖД, 2024. – 86 с.

- 6) Самойленко А. М. Диференціальні рівняння: Підручник./А. М. Самойленко, М. О. Перестюк, І. О. Парасюк. – 3-тє вид., перероб. і доп. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2010. – 599 с.
- 7) Щоголев С. А., Дрік Н. Г., Кореновський Арк. О. Диференціальні та інтегральні рівняння. Навчальний посібник. Одеса, ОНУ, 2017. – 400 с.

Додаткова:

- 1) Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навч. посібн. – К.: А.С.К., 2006. – 648 с.
- 2) Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика. Збірник задач: навч. посіб. – К.: А.С.К., 2005. – 480 с.
- 3) Кривошея С. А. Диференціальні та інтегральні рівняння / С. А. Кривошея, М. О. Перестюк, В. М. Бурим. – К. : Либідь, 2004. – 408 с.
- 4) Перестюк М.О., Свіщук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь: Навч. Посібн. / М. О. Перестюк, М. Я. Свіщук – К.: ТВіМС, 2004. – 221 с.
- 5) Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах. – К.: Либідь, 2003. – 504 с.
- 6) Шкіль М. І. Диференціальні рівняння / М. І. Шкіль, В. М. Лейфура, П. Ф. Самусенко. – К. : Техніка, 2003. – 368 с.

15.Електронні інформаційні ресурси

- 1) <http://lib.onu.edu.ua> – наукова бібліотека ОНУ імені І. І. Мечникова.
- 2) <http://odnb.odessa.ua> – Одеська національна наукова бібліотека.
- 3) <http://www.nbuv.gov.ua> – Бібліотека ім. В.І. Вернадського.
- 4) <http://korolenko.kharkov.com> – Бібліотека ім. В.Г. Короленко.
- 5) <https://www.imath.kiev.ua/> – Сайт Інституту математики НАН України.
- 6) <https://scholar.google.com.ua> – пошук наукової літератури у різних дисциплінах і за різними джерелами, включаючи рецензовані статті, дисертації, книги, реферати та звіти, опубліковані видавництвами наукової літератури, професійними асоціаціями, вищими навчальними закладами та іншими науковими організаціями.
- 7) <https://worldwidescience.org> – глобальний науковий шлюз, що складається з національних та міжнародних наукових баз даних і порталів.