Силабус

ВБ 2.1 «Основи побудови адаптивних скінченно-елементних апроксимацій»

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова

Ступінь вищої освіти: третій (освітньо-науковий)

Спеціальність: 113 - Прикладна математика

Освітньо-наукова програма: "Обчислювальна математика, методи математичної фізики, варіаційне числення і теорія оптимального керування та механіка"

Обсяг	Загальна кількість: кредитів -3; годин - 90; змістовних модулів – 2
Рік навчання	1
Дні, Час, Місце	за розкладом занять
Викладач (і)	Вербіцький Віктор Васильович; доцент кафедри оптимального керування і економічної кібернетики; канд.фіз.-мат. наук
E-mail:	v.verbitskyi@onu.edu.ua
Робоче місце	кафедра **оптимального керування і економічної кібернетики**

КОМУНІКАЦІЯ

Комунікація зі здобувачами буде здійснюватися електронною поштою або в аудиторії за розкладом.

ОПИС ДИСЦИПЛІНИ

Пререквізити дисципліни:

Програма навчальної дисципліни **ВБ 2.1 «Основи побудови адаптивних скінченно-елементних апроксимацій»** складена відповідно до освітньо-наукової програми «Обчислювальна математика, методи математичної фізики, варіаційне числення і теорія оптимального керування та механіка».

Метою курсу є ознайомити здобувачів з основними аспектами побудови адаптивних схем методу скінченних елементів розв'язування крайових задач для рівнянь з частинними похідними.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

ІК. Здатність розв'язувати комплексні проблеми в галузі професійної та дослідницько-інноваційної діяльності у сфері математики та статистики із залученням отриманих знань із суміжних навчальних дисциплін, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та професійних практик.

ФК 01. Здатність до глибокого розуміння теоретичних положень, історії їх розвитку, сучасного стану та майбутнього концепту за напрямком власного наукового дослідження в прикладній математиці.

ФК 02. Здатність до визначення перспективних наукових напрямів на основі аналітичного пошуку з використанням сучасних методів комп'ютерних та інформаційних технологій.

ФК 04. Здатність до абстракції, включаючи здатність логічно розвивати окремі формальні теорії та встановлювати зв'язок між ними.

ФК 05. Здатність до глибинного розуміння загальних та спеціальних математичних дисциплін.

ФК 06. Здатність будувати математичні моделі для опису та подальшого аналізу явищ та процесів.

ФК 07. Здатність формулювати математичні постановки складних оптимізаційних проблем і проблем прийняття рішень.

ФК 09. Здатність користуватися, управляти і розробляти нові інформаційні технології.

Очікувані результати навчання.

У результаті вивчення навчальної дисципліни аспірант повинен

знати:

1. Основні теоретичні аспекти побудови варіаційних формулювань крайових еліптичних задач;
2. Методи визначення швидкості збіжності скінченно-елементних розв'язків;
3. Методи побудови апостеріорних оцінювачів похибки скінченно-елементних розв'язків

вміти:

1. записати варіаційне формулювання крайової задачі;
2. будувати СЛАУ скінченно-елементної апроксимації;
3. побудувати апостеріорний оцінювач похибки скінченно-елементного розв'язку крайової задачі;
4. реалізувати адаптивну схему методу скінченних елементів.

Бути здатними до безперервного саморозвитку та самовдосконалення.

Застосовувати в роботі інноваційний підхід.

Сприяти розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.

Це відповідає наступним програмним результатам навчання:

ПРН 05. Вміти описувати, аналізувати та синтезувати інформацію, враховуючи попередній досвід; піддавати сумніву отримані раніше результати; правильно поставити задачу дослідження та відібрати підходи до її розв'язку; виявляти ключові ідеї у напрацьованому розв'язку та представлення їх у чіткому і завершеному вигляді.

ПРН 06. Вміти здійснювати аналіз поставленої задачі, працювати з літературою, обирати шляхи до вирішення проблеми, застосовувати сучасні методи дослідження, робити висновки, оцінювати отримані результати.

ПРН 07. Вміти ставити проблему, проводити аналіз її сучасного стану розробки, користуватися апаратом розв'язання та оприлюднення результатів із

застосуванням сучасних інформаційно - комп'ютерних технологій.

ПРН 10.Вміти проводити доведення математичних тверджень, що не є аналогічними до раніше відомих.

ПРН 12. Вміти складати модель творчої роботи, програму і план власного дослідження; формулювати висновки та узагальнення; обґрунтовувати практичну значущість результатів дослідження.

ПРН 14. Вміти розв'язувати конкретні математичні задачі, сформульовані у термінах даної предметної області; оцінювати ступінь адекватності математичної моделі явищу, яке вона описує.

ПРН 15. Вміти здійснювати базові перетворення математичних моделей для зручності розв'язання відповідних задач; надавати інтерпретацію отриманих результатів.

Зміст навчальної дисципліни

Змістовний модуль 1

Тема 1. Варіаційне формулювання еліптичних крайових задач. Простори Соболєва. Область із границею Ліпшиця. Сліди функцій простору $H^1(\Omega)$. Нерівність Фрідріхса. Слабкий розв'язок еліптичної крайової задачі. Стійкі й нестійкі граничні умови. Теорема Лакса-Мільграма.

Тема 2. Апроксимація просторів Соболєва й МСЕ. Регулярна тріангуляція області із границею Ліпшиця. Простори сплайнів. Теореми про апроксимації просторів Соболєва просторами сплайнів. Дискретна варіаційна задача. Лема Сеа. Теорема про збіжність скінченно-елементного розв'язку еліптичної крайової задачі. Обчислення СЛАУ скінченно-елементної апроксимації крайової задачі.

Змістовний модуль 2

Тема 3. Апостеріорні оцінювачі похибки скінченно-елементних апроксимацій еліптичних крайових задач. Бульбашкова функція трикутника. Бульбашкова функції для сторони трикутника. Квазі-інтерполяційний оператор. Задача визначення похибки скінченно-елементного розв'язку еліптичної крайової задачі. Нев'язка скінченно-елементного розв'язку еліптичної крайової. Оцінки похибки скінченно-елементного розв'язку еліптичної крайової задачі з використанням нев'язки. L_2-зображення нев'язки. Апостеріорний оцінювач, побудований з використанням нев'язки. Апостеріорні оцінки зверху та знизу похибки скінченно-елементного розв'язку еліптичної крайової задачі. Обчислення апостеріорного оцінювача.

Тема 4. Способи побудови апостеріорних оцінювачів. Апостеріорні оцінювачі з використанням відновленого градієнта. Суперзбіжність скінченно-елементних розв'язків. Апостеріорні оцінювачі з використанням локальних задач. Визначення апостеріорного оцінювача. Апостеріорна оцінка знизу погрішності власної функції. Апостеріорна оцінка зверху погрішності власної функції.

Форми і методи навчання

Курс буде викладений у формі лекцій (12 год.), практичних занять (10 год.) та організації самостійної роботи здобувачів (68 годин).

Базова підготовка здобувачів здійснюється на лекційних та практичних заняттях, але більша частина навчального матеріалу засвоюється завдяки самостійному вивченню

предмета аспірантами денної форми навчання під час семестру. Під час викладання дисципліни використовуються методи навчання: словесні (лекція, пояснення); наочні презентації; дискусійне обговорення; самостійна робота з літературними джерелами, консультації.

Рекомендована література

1. Савула Я. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. – Львів: Видавн. центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2004. – 221 с.
2. Asadzadeh M. An Introduction to the Finite Element Method for Differential Equations. – 2021 John Wiley & Sons, Inc., 2021. 331 pp.
3. AINSWORTH MARK and ODEN J. TINSLEY. A Posteriori Error Estimation in Finite Element Analysis. – JOHN WILEY & SONS, 2000. – 264 pp.
4. Verfurth R. Adaptive Finite Element Methods. – Lecture Notes Winter Term Fakultat fur Mathematik, Ruhr-Universit 2007/08.
5. Verbitskyi V., Loktev A. An exact finite element scheme of the boundary value problem for an ordinary differential equation // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. прикл. матем. та інф. 2020. Вип. 28. С. 82–87.
6. Вербицкий В. В., Иванищева И.Н. Итерационный алгоритм вычисления собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля / Дослідження в математиці і механіці. – 2018. – Т. 23, вип. 1(31). – С. 33–42.

Електронні інформаційні ресурси

1. http://nbuv.gov.ua/ – Сайт Національної бібліотеки України імені В. І. Вернадського;
2. http://www.dnpb.gov.ua/ – Сайт Державної науково-педагогічної бібліотеки України імені В.О. Сухомлинського;
3. http://onu.edu.ua/ – Сайт бібліотеки ОНУ імені І. І. Мечникова;
4. http://odnb.odessa.ua/ – Сайт Одеської національної наукової бібліотеки;
5. http://korolenko.kharkov.com/ – Сайт Харківської державної наукової бібліотеки імені В.Г. Короленка;
6. https://www.imath.kiev.ua/ – Сайт Інституту математики НАН України;
7. https://umj.imath.kiev.ua/ – Український математичний журнал;
8. https://imath.kiev.ua/~nosc/web/?lang=ua/ – журнал Нелінійні коливання.
9. http://www.ams.org/publications/math-reviews/math-reviews – реферативний математичний журнал, що видається AMS
10. https://zbmath.org/ - реферативний математичний журнал видавництва «Шпрингер» та електронна база даних «ZBMATH — The database Zentralblatt MATH»

ПОЛІТИКА КУРСУ

Політика щодо академічної доброчесності: регламентується Положенням про запобігання та виявлення академічного плагіату у освітній та науково-дослідній роботі учасників освітнього процесу та науковців Одеського національного університету імені І.І. Мечникова (polozhennya-antiplagiat-2021.pdf (onu.edu.ua).

Політика щодо відвідування: Відвідування занять є обов'язковим. В окремих випадках навчання може відбуватись он-лайн з використанням дистанційних технологій. Порядок та умови такого навчання регламентуються Положенням про організацію освітнього процесу в ОНУ (poloz-org-osvit-process_2022.pdf (onu.edu.ua).