МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА
Кафедра оптимального керування і економічної кібернетики

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Проректор з науково-педагогічної роботи
_____ Олександр ЗАПОРОЖЧЕНКО
"25" листопада 2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

ВБ 4.2 «Асимптотичний аналіз задач оптимального керування функціонально-диференціальними системами»

Рівень вищої освіти	**третій (освітньо-науковий)**
Галузь знань	**11 Математика та статистика**
Спеціальність	**113 Прикладна математика**
Освітньо-наукова програма	**Обчислювальна математика, методи математичної фізики, варіаційне числення і теорія оптимального керування та механіка**

ОНУ
2022

Робоча програма навчальної дисципліни «Асимптотичний аналіз задач оптимального керування функціонально-диференціальними системами». – Одеса: ОНУ, 2022.

Розробники:
Кічмаренко Ольга Дмитрівна, доктор фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри оптимального керування і економічної кібернетики
Скрипник Наталія Вікторівна, доктор фізико-математичних наук, доцент кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № 5 від. "14" листопада 2022 р.

Завідувач кафедри _____ Ольга КІЧМАРЕНКО

Погоджено із гарантом ОНП "Обчислювальна математика, методи математичної фізики, варіаційне числення і теорія оптимального керування та механіка" Н.Д. ВАЙСФЕЛЬД

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол № 3 від. "15" листопада 2022 р.

Голова НМК _____ Євген СТРАХОВ

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № ___ від. "____"_____20__ р.

Завідувач кафедри _____

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри оптимального керування і економічної кібернетики

Протокол № ___ від. "____"_____20__ р.

Завідувач кафедри _____

1. Опис навчальної дисципліни

<table>
<tr><td rowspan="2">Найменування показників</td><td rowspan="2">Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти</td><td>Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td>Очна (денна, вечірня) форма навчання</td></tr>
<tr><td rowspan="13">Загальна кількість:

кредитів –3

годин –90

змістових модулів –2</td><td rowspan="13">Галузь знань
11 Математика та статистика

Спеціальність
113 Прикладна математика

Спеціалізації:
_____
(назва)

Рівень вищої освіти:
третій
(освітньо-науковий)</td><td>Вибіркова</td></tr>
<tr><td>Рік підготовки:</td></tr>
<tr><td>2-й</td></tr>
<tr><td>Семестр</td></tr>
<tr><td>3-й</td></tr>
<tr><td>Лекції</td></tr>
<tr><td>12 год.</td></tr>
<tr><td>Практичні, семінарські</td></tr>
<tr><td>10 год.</td></tr>
<tr><td>Лабораторні</td></tr>
<tr><td>0 год.</td></tr>
<tr><td>Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>68 год.</td></tr>
<tr><td>Форма підсумкового контролю:
залік</td></tr>
</table>

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета дисципліни: ознайомлення аспірантів з математичними моделями систем, поточний стан яких є повільнозмінним, залежить від показників стану в попередні моменти часу, та які піддаються зовнішньому керованому впливу; з асимптотичними методами побудови траєкторій таких систем, а також числово-асимптотичними методами розв'язання задач оптимального керування функціонально-диференціальною системою з малим параметром.

Завданнями дисципліни є надання основних математичних фактів теорії асимптотичних методів розв'язання задач оптимального керування функціонально-диференціальними системами з малим параметром.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:
ІК. Здатність розв'язувати комплексні проблеми в галузі професійної та дослідницько-інноваційної діяльності у сфері математики та статистики із залученням отриманих знань із суміжних навчальних дисциплін, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань та професійних практик.
ФК 01. Здатність до глибокого розуміння теоретичних положень, історії їх розвитку, сучасного стану та майбутнього концепту за напрямком власного наукового дослідження в прикладній математиці.
ФК 02. Здатність до визначення перспективних наукових напрямів на основі аналітичного пошуку з використанням сучасних методів комп'ютерних та інформаційних технологій.
ФК 04. Здатність до абстракції, включаючи здатність логічно розвивати окремі формальні теорії та встановлювати зв'язок між ними.
ФК 05. Здатність до глибинного розуміння загальних та спеціальних математичних дисциплін.
ФК 06. Здатність будувати математичні моделі для опису та подальшого аналізу явищ та процесів.
ФК 07. Здатність формулювати математичні постановки складних оптимізаційних проблем і проблем прийняття рішень.
ФК 09. Здатність користуватися, управляти і розробляти нові інформаційні технології.

Очікувані результати навчання. В результаті вивчення дисципліни аспірант повинен

знати: сучасні результати в теорії асимптотичних методів щодо побудови розв'язків функціонально-диференціальних рівнянь без керування та з керуванням, а також щодо розв'язання задач оптимального керування функціонально-диференціальними системами з малим параметром;

вміти: самостійно опрацьовувати літературу, використовувати сучасне програмне забезпечення для розв'язування практичних задач.

Бути здатними до безперервного саморозвитку та самовдосконалення. Застосовувати в роботі інноваційний підхід. Сприяти розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.

Це відповідає наступним програмним результатам навчання:

ПРН 05. Вміти описувати, аналізувати та синтезувати інформацію, враховуючи попередній досвід; піддавати сумніву отримані раніше результати; правильно поставити задачу дослідження та відібрати підходи до її розв'язку; виявляти ключові ідеї у напрацьованому розв'язку та представлення їх у чіткому і завершеному вигляді.
ПРН 06. Вміти здійснювати аналіз поставленої задачі, працювати з літературою, обирати шляхи до вирішення проблеми, застосовувати сучасні методи дослідження, робити висновки, оцінювати отримані результати.

ПРН 07. Вміти ставити проблему, проводити аналіз її сучасного стану розробки, користуватися апаратом розв'язання та оприлюднення результатів із застосуванням сучасних інформаційно – комп'ютерних технологій.
ПРН 10. Вміти проводити доведення математичних тверджень, що не є аналогічними до раніше відомих.
ПРН 12. Вміти складати модель творчої роботи, програму і план власного дослідження; формулювати висновки та узагальнення; обґрунтовувати практичну значущість результатів дослідження.
ПРН 14. Вміти розв'язувати конкретні математичні задачі, сформульовані у термінах даної предметної області; оцінювати ступінь адекватності математичної моделі явища, яке вона описує.
ПРН 15. Вміти здійснювати базові перетворення математичних моделей для зручності розв'язання відповідних задач; надавати інтерпретацію отриманих результатів.

3. Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Схеми усереднення в задачах оптимального керування функціонально-диференціальною системою.

Тема 1. Схеми та алгоритми усереднення функціонально-диференціальних рівнянь (ФДР) на скінченному інтервалі. Періодичний та неперіодичний випадки.

Тема 2. Близькість оптимальних значень критеріїв точної та усередненої задач оптимального керування (ЗОК) ФДР. Числово-асимптотичний метод розв'язання ЗОК функціонально-диференціальною системою.

Змістовий модуль 2. Збіжність оптимальних керувань і оптимальних траєкторій в методі усереднення задач оптимального керування.

Тема 1. Застосування методу усереднення для ЗОК нелінійними системами на скінченному інтервалі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач.

Тема 2. Застосування методу усереднення для ЗОК системами, лінійними за керуванням, на скінченному інтервалі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач.

Тема 3. Застосування методу усереднення для ЗОК нелінійними системами на півосі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач.

Тема 4. Застосування методу усереднення для ЗОК системами, лінійними за керуванням, на півосі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин
	Очна (денна, вечірня) форма

	усього	у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с. р.
1	2	3	4	5	6	7
Змістовий модуль 1. Схеми усереднення в задачах оптимального керування функціонально-диференціальною системою.						
Тема 1. Схеми та алгоритми усереднення функціонально-диференціальних рівнянь (ФДР) на скінченному інтервалі. Періодичний та неперіодичний випадки.	14	2	1			11
Тема 2. Близькість оптимальних значень критеріїв точної та усередненої задач оптимального керування (ЗОК) ФДР. Числово-асимптотичний метод розв'язання ЗОК функціонально-диференціальною системою.	14	2	1			11
Разом за змістовим модулем 1	28	4	2			22
Змістовий модуль 2. Збіжність оптимальних керувань і оптимальних траєкторій в методі усереднення задач оптимального керування.						
Тема 1. Застосування методу усереднення для ЗОК нелінійними системами на скінченному інтервалі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	14	2	2			10
Тема 2. Застосування методу усереднення для ЗОК системами, лінійними за керуванням, на скінченному інтервалі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	16	2	2			12
Тема 3. Застосування методу усереднення для ЗОК нелінійними системами на півосі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до	16	2	2			12

	оптимальних значень критерія якості усереднених задач					
Тема 4.	Застосування методу усереднення для ЗОК системами, лінійними за керуванням, на півосі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	16	2	2		12
	Разом за змістовим модулем 2	62	8	8		46
	Усього годин	**90**	**12**	**10**		**68**

5. Теми семінарських занять

Семінарські заняття навчальним планом не передбачені.

6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Схеми та алгоритми усереднення функціонально-диференціальних рівнянь (ФДР) на скінченному інтервалі. Періодичний та неперіодичний випадки.	1
2.	Близькість оптимальних значень критеріїв точної та усередненої задач оптимального керування (ЗОК) ФДР. Числово-асимптотичний метод розв’язання ЗОК функціонально-диференціальною системою.	1
3.	Застосування методу усереднення для ЗОК нелінійними системами на скінченному інтервалі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	2
4.	Застосування методу усереднення для ЗОК системами, лінійними за керуванням, на скінченному інтервалі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	2
5.	Застосування методу усереднення для ЗОК нелінійними системами на півосі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	2
6.	Застосування методу усереднення для ЗОК системами, лінійними за керуванням, на півосі: постановка задачі, умови збіжності	2

	оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	
	Разом	**10**

7. Теми лабораторних занять

Лабораторні роботи навчальним планом не передбачені.

8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Схеми та алгоритми усереднення функціонально-диференціальних рівнянь (ФДР) на скінченному інтервалі. Періодичний та неперіодичний випадки.	11
2	Близькість оптимальних значень критеріїв точної та усередненої задач оптимального керування (ЗОК) ФДР. Числово-асимптотичний метод розв’язання ЗОК функціонально-диференціальною системою.	11
3	Застосування методу усереднення для ЗОК нелінійними системами на скінченному інтервалі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	10
4	Застосування методу усереднення для ЗОК системами, лінійними за керуванням, на скінченному інтервалі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	12
5	Застосування методу усереднення для ЗОК нелінійними системами на півосі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	12
6	Застосування методу усереднення для ЗОК системами, лінійними за керуванням, на півосі: постановка задачі, умови збіжності оптимальних керувань і оптимальних траєкторій відповідних усереднених задач, збіжність оптимальних значень критерія якості точної задачі до оптимальних значень критерія якості усереднених задач	12
	Разом	**68**

Самостійна робота оформлюється у вигляді доповіді, обговорення та оцінювання якої здійснюється на поточному та підсумковому контролі.

Самостійна робота здобувачів забезпечується засобами Google Workspace for Education.

Навчально-методичне забезпечення: робоча програма навчальної дисципліни; навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти (тексти, схеми) лекцій; мультимедійні презентації; плани практичних занять; методичні вказівки (рекомендації) щодо самостійного вивчення дисципліни:

1. Кічмаренко О.Д. Вибрані лекції до курсу «Асимптотичний аналіз задач оптимального керування функціонально-диференціальними системами» для аспірантів спеціальності 113 – прикладна математика.

Критерії оцінювання виконання самостійної роботи**:**

– своєчасність виконання;

– доброчесність та коректність у представлені текстів, презентацій та посилань (у разі доведеного плагіату бали за роботу анулюються);

– повнота, грамотність і коректність розкриття основних положень;

– творчий підхід до постановки і реалізації завдання;

– відповідність формальним критеріям (структура, послідовність, логічність, мовна грамотність, якість оформлення тощо).

– вміння застосовувати теоретичні знання для рішення практичних завдань.

9. Методи навчання

Метод проблемного викладення (наукового пошуку).

Пояснювально-ілюстративні методи: лекція, пояснення, самостійне опрацювання літературних джерел, робота з електронними конспектами лекцій та презентаціями, опрацювання наукових публікацій.

Наочні методи (презентації, ілюстрації).

Репродуктивні методи: розв’язування задач за алгоритмами конкретних методів, практичні роботи.

Дослідницький метод.

Методи формування і стимулювання пізнавальної діяльності: навчальні дискусії.

10. Форми контролю і методи оцінювання

Методи усного контролю: індивідуальне усне поточне опитування, оцінювання доповідей, підсумковий контроль - усний залік.

Методи письмового контролю: письмові поточні самостійні роботи.

При оцінюванні в балах рівня засвоєння матеріалу використовуються загальні критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти:

Оцінка за національною шкалою та **відсоток від максимальної кількості балів**	Теоретична підготовка	Практична підготовка
	Здобувач освіти	

зараховано (90-100% від максимальної кількості балів)	у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.	глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/ розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; виконує творчі завдання та ініціює нові шляхи їх виконання; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу; проявляє творчий підхід до виконання індивідуальних та колективних завдань при самостійній роботі.
зараховано (75-89% від максимальної кількості балів)	достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	правильно вирішив більшість розрахункових /тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання
зараховано (60-74% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.	може використовувати знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових

		зв’язків і формулювання висновків.
не зараховано (35-59% від максимальної кількості балів)	володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вміє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки	недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.
не -зараховано (0-34% від максимальної кількості балів)	не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача

Примітка: **максимальна кількість балів за кожною темою вказана в п.12.**

Форма підсумкового контролю – залік, виставляється за кількістю балів, набраних в семестрі (згідно зі шкалою оцінювання з п.12).

11. Питання для поточного та періодичного контролю

1. Постановка початкової задачі для систем із запізненням. Види запізнення. Поняття розв’язку. Умови існування та єдності розв’язку.
2. Постановка початкової задачі для системи із максимумом. Поняття розв’язку. Умови існування та єдності розв’язку. Числовий алгоритм побудови розв’язку початкової задачі для системи із максимумом.
3. Функціонально-диференціальні рівняння (ФДР). Постановка початкової задачі. Поняття розв’язку. Умови існування та єдності розв’язку.
4. ФДР із керуванням. Постановка початкової задачі. Поняття розв’язку. Умови існування та єдності розв’язку.
5. Задача оптимального керування (ЗОК) системою із запізненням. Постановка задачі. Поняття розв’язку. Умови існування розв’язку. Принцип максимуму Понтрягіна.
6. ЗОК системою із максимумом. Постановка задачі. Поняття розв’язку. Умови існування розв’язку. Принцип максимуму Понтрягіна.
7. ЗОК функціонально-диференціальною системою на скінченному інтервалі. Постановка задачі. Поняття розв’язку. Умови існування розв’язку.
8. ЗОК функціонально-диференціальною системою на півосі. Постановка задачі. Поняття розв’язку. Умови існування розв’язку.
9. Зв'язок між ЗОК функціонально-диференціальною системою на скінченному інтервалі та на півосі.

12. Розподіл балів, які отримують здобувачі

Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	Сума

Тема 1	Тема 2	Тема 1	Тема 2	Тема 3	Тема 4	балів
16	16	16	16	18	18	100

Розподіл балів за видами навчальної роботи

Види навчальної роботи	Бали за одне заняття (завдання)	Кількість занять (завдань)	Сумарна кількість балів
Змістовий модуль 1			
Поточний контроль на лекціях	6	2	12
Виконання практичних робіт	10	2	20
Усього за змістовим модулем 1			**0 – 32**
Змістовий модуль 2			
Поточний контроль на лекціях	7	4	28
Виконання практичних робіт	5	8	40
Усього за змістовим модулем 2			**0 – 68**
		Підсумкова сума балів	**0 – 100**

Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90–100	**A**	відмінно	зараховано
85–89	**B**	добре	
75–84	**C**		
70–74	**D**	задовільно	
60–69	**E**		
35–59	**FX**	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0–34	**F**	незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни

13. Навчально-методичне забезпечення

Робоча програма навчальної дисципліни; силабус; навчально-методичні матеріали для лекцій, конспекти (тексти, схеми) лекцій; мультимедійні презентації; плани практичних занять; методичні вказівки (рекомендації) щодо самостійного вивчення дисципліни:

1. Кічмаренко О.Д. Вибрані лекції до курсу «Асимптотичний аналіз задач оптимального керування функціонально-диференціальними системами» для аспірантів спеціальності 113 – прикладна математика.

14. Рекомендована література

Основна

1. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом / С.Ф, Фещенко, Н.И. Шкиль, Ю.П. Пидченко, Н.А. Сотниченко. – К., 1981. – 294 с.
2. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. – М., 1974. – 503 с.
3. Евтушенко Ю.Г. Приближенный расчет оптимального управления // Прикладная математика и механика. – 1970. – Т.34, № 1. – С.95-104.
4. Кічмаренко О. Д. Застосування методу усереднення до задач оптимального керування для звичайних диференціальних рівнянь на півосі // Укр. мат. журн., 2018, т. 70, № 5. – С.642-654
5. Кічмаренко О.Д. Ступінчасте усереднення керованих функціонально-диференціальних систем // Науковий вісник Ужгородського університету.. Серія математика і інформатика. – 2018. – Вип. 1(32). - С. 93-107.
6. Кічмаренко О. Д. Схеми повного усереднення в задачі оптимального керування функціонально-диференціальною системою // Нелінійні коливання. – 2018. – Т. 21, № 3. – С. 358-367
7. Митропольский Ю.А. Метод усреднения в нелинейной механике. – К., 1971. – 440 с.
8. Плотников В.А. Асимптотические методы в задачах оптимального управления. – Одесса, 1976. – 102 с.
9. Плотников В.А. Метод усреднения в задачах управления. – Киев-Одесса: Либидь, 1992. -188 с.
10. Dashkovskiy S., Kichmarenko O., Sapozhnikova K. Approximation of Solutions to the Optimal Control Problems for Systems with Maximum // Journal of Mathematical Sciences. - 2019. - V. 243, Iss. 2.- P.192-203.
11. Kichmarenko O.D. Application of the averaging method to optimal control problem of system with fast parameters // International Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2017. – V.115, № 1. – P.93-114. doi: 10.12732/ijpam.v115i1.8
12. Kichmarenko O.D. Schemes of Complete Averaging in the Problem of Optimal Control Over a Functional-Differential System // Journal of Mathematical Sciences. - 2019. - V. 243, Iss. 3.- P.421-432

Додаткова

1. Бігун Я.Й., Краснокутська І.В. Про усереднення на осі в багаточастотних системах із запізненням // Буковинський математичний журнал. – 2013. – Т.1, № 3-4. – С.7-16.
2. Кічмаренко О.Д., Касімова Н. В., Жук Т. Ю. Наближений розв’язок задачі оптимального керування диференціальним включенням зі швидкоколивними коефіцієнтами //Дослідження в математиці і механіці. — 2021. — Т. 26, вип. 1(37). — С. 38–54
3. Кічмаренко О. Д. Роль професора В. О. Плотнікова в становленні одеської школи асимптотичених методів в задачах керування. // Ювілейна збірка наукових праць, присвячена 150-річчю Одеського національного університету імені І. І. Мечникова / Головний редактор І.М. Коваль; ред..колегія: В.О.Іваниця, В.М. Хмарський, відповідальний секретар – О. І. Драгуновська. – Одеса: Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2015. – С. 209-216
4. Кічмаренко О.Д. Усереднення дискретних систем з максимумом. // Буковинський математичний журнал. – 2018. – Т.6, №1-2. – С.74-81
5. Матвеев А.С. Задачи оптимального управления с запаздываниями общего вида и фазовыми ограничениями. // Изв.АН СССР. Серия матем. –Т.52, вып. 6. – 1988. – С.1200-1229.
6. Митропольский Ю.А., Самойленко А.М. Математические проблемы нелинейной механики механики. Киев, Вища школа,1987,71 с.
7. Метод усереднення в деяких задачах теорії нелінійних коливань / Р.І. Петришин // Український математичний журнал. — 1995. — Т. 47, № 6. — С. 801–810.

8. Про внесок Ю. О. Митропольського у розвиток асимптотичних методів нелінійної механіки / А.М. Самойленко, В.Г. Коломієць // Український математичний журнал. — 1997. — Т. 49, № 1. — С. 5–10.
9. Регулярно і сингулярно збурені диференціально-функціональні рівняння / В.І, Фодчук, Я.Й, Бігун, І.І. Клевчук, І.М.ЧЕревко, І.В, Якімов. К., 1996. – 210 с.
10. Самойленко А.М., Станжицкий А.Н. Об усреднении дифференциальных уравнений на бесконечном интервале // Дифференциальные уравнения. – 2006. – Т.42, № 4. – С.476-482.
11. Dashkovskiy S., Hristova S. Kichmarenko O., Sapozhnikova K. Behavior of solutions to systems with maximum // Preprints of the 20th World Congress The International Federation of Automatic Control, Toulouse, France, July 9-14, 2017, P.13467-13472.
12. Dashkovskiy S., Kichmarenko O., Sapozhnikova K. Approximation of Solutions to the Optimal Control Problems for Systems with Maximum // Journal of Mathematical Sciences. - 2019. - V. 243, Iss. 2.- P.192-203.
13. Dashkovskiy S. N., Kichmarenko O. D., Sapozhnikova K. Yu, Vityuk A. N.Numerical solution to initial value problem for one class of differential equation with maximum // International Journal of Pure and Applied Mathematics. – 2016. – V.109, № 4. – P. 1015-1027.
14. Hale J.K., Verduyn Lunel S.V. Introduction to Functional Differential Equations. - New York: Springer, 1993. — 458 p.
15. Kichmarenko O.D., Karpycheva M. L. General Averaging Scheme for Discrete Equations with Variable Delay.// Journal of Mathematical Sciences. - 2017. - V. 226, Iss. 3.- P.270-284
16. Kichmarenko O.D., Ogulenko A.P. Averaging of Multicriteria Control Problems of Systems on Time Scales // ISSN 1064-2307, Journal of Computer and Systems Sciences International, 2017, Vol. 56, No. 1, pp. 33–43. © Pleiades Publishing, Ltd., 2017.
17. Kichmarenko O.D., Ogulenko O.P. Averaging of the Problem of Optimal Control on Time Scales// Journal of Mathematical Sciences. - 2016. - V. 212, Iss. 2.- P.290-304
18. Kichmarenko O.D. Schemes of Complete Averaging in the Problem of Optimal Control Over a Functional-Differential System // Journal of Mathematical Sciences. - 2019. - V. 243, Iss. 3.- P.421-432.
19. Kichmarenko O., Stanzhytskyi O. Optimal control problems for some classes of functional-differential equations on the semi-axis.// Miskolc Mathematical Notes. - 2019. - Vol. 20, No. 2, pp. 1021–1037
20. Kichmarenko O. and Stanzhytskyi O. Sufficient Conditions for the Existence of Optimal Controls for Some Classes of Functional-Differential Equations // Nonlinear dynamics and systems theory. 2018. – V.18, No 2. – P.196 211.

15. Електронні інформаційні ресурси

1. http://nbuv.gov.ua/ – Сайт Національної бібліотеки України імені В. І. Вернадського;
2. http://www.dnpb.gov.ua/ – Сайт Державної науково-педагогічної бібліотеки України імені В.О. Сухомлинського;
3. http://onu.edu.ua/ – Сайт бібліотеки ОНУ імені І. І. Мечникова;
4. http://odnb.odessa.ua/ – Сайт Одеської національної наукової бібліотеки;
5. http://www.lnulibrary.lviv.ua/ - Сайт Наукової бібліотеки Львівського національного університету ім. Івана Франка;
6. http://korolenko.kharkov.com/ – Сайт Харківської державної наукової бібліотеки імені В.Г. Короленка;
7. https://www.imath.kiev.ua/ – Сайт Інституту математики НАН України;
8. https://umj.imath.kiev.ua/ – Український математичний журнал;
9. https://imath.kiev.ua/~nosc/web/?lang=ua/ – журнал Нелінійні коливання.
10. http://www.ams.org/publications/math-reviews/math-reviews – реферативний математичний журнал, що видається AMS;
11. https://zbmath.org/ - реферативний математичний журнал видавництва «Шпрингер» та електронна база даних «ZBMATH – The database Zentralblatt MATH»;

12. https://mathscinet.ams.org/msnhtml/msc2020.pdf - MSC2020-Mathematics Subject Classification System