Затверджено Вченою Радою ОНУ
імені І.І. Мечникова
від "20"грудня 20 16 р. № 4

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра комп'ютерної алгебри та дискретної математики

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Проректор з науково-педагогічної роботи
_____
"____"_____ 20___ р.

НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

ОК6 «ВИЩА МАТЕМАТИКА»
(назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти _____бакалавр_____

Спеціальність _____126 – Інформаційні системи та технології_____
(код і назва спеціальності (тей)

2021

Розробник:
Савастру О.В., канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерної алгебри та дискретної математики
Косой М.Б., канд. тех. наук, доцент, доцент кафедри теоретичної механіки

Навчальна програма затверджена на засіданні кафедри комп'ютерної алгебри та дискретної математики

Протокол № 1 від. "31" 08 2021 р.

Завідувач кафедри _____ (П.Д. Варбанець)
(підпис) (прізвище та ініціали)

Навчальна програма затверджена на засіданні кафедри теоретичної механіки

Протокол № 1 від. "31" 08 2021 р.

Завідувач кафедри _____ (В.Е. Волков)
(підпис) (прізвище та ініціали)

Обговорено та рекомендовано до затвердження навчально-методичною комісією (НМК) _за напрямом ІТ факультету МФІТ_

Протокол № 1 від. "6" 09 2021 р.

Голова НМК _____ (О.В. Савастру)
(підпис) (прізвище та ініціали)

Вступ

Навчальна програма дисципліни «ВИЩА МАТЕМАТИКА» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів спеціальності 126 – Інформаційні системи та технології (версія **2021** р.).

Місце дисципліни і значення в структурі навчального процесу.

Дисципліна «Вища математика» викладається в 1 та 2-му семестрі відповідно до навчального плану, тому додаткових вимог до базових дисциплін не встановлюється. Вивчення курсу «Вища математика» спирається на знання, отримані з попередньо вивчених дисциплін у закладах середньої освіти.

1. Мета та завдання навчальної дисципліни

Викладання дисципліни «ВИЩА МАТЕМАТИКА» має на меті допомогти майбутнім фахівцям інженерного профілю сформувати й розвинути математичне мислення, систематизувати та розширити свої знання, сприяти формуванню особистості студента, розвитку його інтелекту та здібностей щодо логічного та алгоритмічного підходу; навчити здобувача вищої освіти володінню основними поняттями, ідеями і методами сучасної математики, вміння використовувати їх при розв'язуванні прикладних задач в області інформаційних технологій, набути необхідних для фаху практичних навичок.

Завдання викладання вищої математики полягають в тому, щоб на прикладах математичних понять і методів продемонструвати студентам дію законів природи, суть наукового підходу, специфіку предмету та його роль у здійсненні науково-технічного прогресу.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей** (згідно ОПП «Інформаційні системи та технології» від **2021** р.):

а) загальних (КЗ):

КЗ 1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

КЗ 5. Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.

КЗМ 1. Здатність застосовувати базові знання з фундаментальної та прикладної математики в професійній діяльності.

КЗМ 3. Здатність розуміти і продукувати ділову кореспонденцію (напр., листи, факси, електронні повідомлення тощо).

б)фахових (КС):

КС 3. Здатність до проектування, розробки, налагодження та вдосконалення системного, комунікаційного та програмно-апаратного забезпечення інформаційних систем та технологій, Інтернету речей (IoT), комп'ютерно-інтегрованих систем та системної мережної структури, управління ними.

КС 4. Здатність проектувати, розробляти та використовувати засоби реалізації інформаційних систем, технологій та інфокомунікацій (методичні, інформаційні, алгоритмічні, технічні, програмні та інші).

КС 11. Здатність до аналізу, синтезу і оптимізації інформаційних систем та технологій з використанням математичних моделей і методів.
КСМ 1. Здатність до математичного та логічного мислення, а також до використання математичного апарату фундаментальної та прикладної математики під час розв'язання прикладних і наукових завдань в області інформаційних систем і технологій.

КСМ 4. Здатність використовувати чисельні методи та методи наближених обчислень для розв'язання прикладних задач у формі проектних розрахунків або чисельного експерименту по певному процесу.

Програмні результати навчання:
ПР 1. Знати лінійну та векторну алгебру, диференціальне та інтегральне числення, теорію функцій багатьох змінних, теорію рядів, диференціальні рівняння для функції однієї та багатьох змінних, операційне числення, теорію ймовірностей та математичну статистику в обсязі, необхідному для розробки та використання інформаційних систем, технологій та інфокомунікацій, сервісів та інфраструктури організації.

ПР 2. Застосовувати знання фундаментальних і природничих наук, системного аналізу та технологій моделювання, стандартних алгоритмів та дискретного аналізу при розв'язанні задач проектування і використання інформаційних систем та технологій.

Очікувані результати навчання.
У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен знати

- векторну алгебру і аналітичну геометрію; матричне числення і методи розв'язання систем лінійних алгебричних рівнянь; теорію систем лінійних алгебричних рівнянь; теорію лінійних просторів;
- теорію границь і диференційного числення, дослідження функцій і побудову їх графіків; інтегральне числення, а саме невизначні та визначні інтеграли, невласні інтеграли; диференційне числення функцій багатьох змінних; основні поняття та властивості кратних, криволінійних, поверхневих інтегралів; теорію числових та функціональних рядів, зокрема рядів Фур'є.
- методи розв'язування диференційних рівнянь основних типів; умови існування та єдиності розв'язку диференційних рівнянь; методи аналізу на наявність особливих рішень; методи розв'язку лінійних систем диференціальних рівнянь; умови існування періодичних розв'язків; умови стійкості рішень системи лінійних диференціальних рівнянь.

Студент повинен оволодіти навичками у рішенні типових задач по основним темам та повинен вміти:

- розв'язувати та досліджувати системи лінійних рівнянь, обчислювати визначники, виконувати дії над матрицями, знаходити обернену матрицю, виконувати арифметичні дії над комплексними числами, підносити їх до степеня, знаходити корені з комплексних чисел, складати рівняння прямих, площин, досліджувати рівняння геометричних об'єктів.
- формулювати, доводити і використовувати теореми математичного аналізу при аналізі фізичних явищ і процесів та формулюванні їх математичних моделей.
- розв'язувати диференційні рівняння основних типів; знаходити особливі рішення за умов їх існування; розв'язувати лінійниі системи диференціальних рівнянь; розв'язувати задачу Коши для лінійної системи; провести аналіз стійкості рішень системи лінійних диференціальних рівнянь.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 510 годин, що становить 17 кредитів ЄКТС.

2. Зміст навчальної дисципліни

Комп'ютерна алгебра та обчислювальна геометрія

Змістовий модуль 1. «Матриці та визначники, простір $\mathbb{k}^n$, загальна теорія систем лінійних рівнянь»

Тема 1.1. Визначники порядку *n*. Визначники порядку 2 та 3, їх властивості. Правило Крамера.Перестановки, їх кількість. Транспозиції, інверсії. Підстановки *n*-ого степеня, їх кількість. Теорема про розклад транспозиції у транспозицію сусідніх. Визначник порядку *n*. Властивості визначників. Минори та алгебраїчні доповнення. Визначник діагонального, трикутного та ступінчатого виду. Обчислення визначників спеціального виду. Теорема про розклад визначника по елементам рядка. Теорема Лапласа. Теорема про чужі доповнення.

Тема 1.2. Простір $\mathbb{k}^n$. Арифметичні векторні простори $\mathbb{k}^n$. Лінійна комбінація. Лінійно залежні та незалежні системи векторів. Лінійна залежність.I і II критерії лінійної залежності. База системи векторів, її основна властивість.Ранг системи векторів. Еквівалентні системи векторів. Елементарні перетворення. Системи ступінчатого виду. Розмір та базис простору $\mathbb{k}^n$.

Тема 1.3. Матриці. Матриці, дії над ними. Елементарні перетворення, зведення матриці до діагонального виду. Ранги матриці. Теорема про ранг матриці. Теорема про визначник добутку матриць Обернена матриця. Невироджені матриці, критерій невиродженості матриць. Матричні рівняння.

Тема 1.4. Загальна теорія систем лінійних рівнянь.

Системи *m* лінійних рівнянь з *n* невідомими. Сумісність, визначеність, невизначеність системи лінійних рівнянь. Метод Гауса. Теорема Кронекера-

Капелі (у матричній формі). Система лінійних однорідних рівнянь. Теорема про підпростір розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь, його розмір. Фундаментальні розв'язки. Теорема про структуру загального розв'язку неоднорідної системи лінійних рівнянь. Метод Крамера.

Змістовий модуль 2. «Комплексні числа, квадратичні форми, лінійні простори»

Тема 1.5. Комплексні числа.Визначення комплексного числа. Алгебраїчна форма комплексних чисел, дії над ними. Квадратні рівняння. Тригонометрична форма комплексних чисел, їх геометрична інтерпретація. Формула Муавра. Корені *n*-ого степеня з комплексного числа, корні з одиниці.

Тема 1.6. Квадратичні форми. Квадратична форма. Матриця та ранг квадратичної форми. Каноничний вид кв.ф. Метод Лагранжа. Еквівалентність квадратичних форм над полем дійсних та комплексних чисел. Додатньо визначені кв. ф. Критерій по індексах. Критерій Сильвестра.

Тема 1.7. Лінійний простір. Поняття лінійного простору,базис та розмір. Матриця переходу від старого базису до нового базису. Підпростори, сума та перетин підпросторів. Теорема Грасмана. Пряма сума підпросторів. Критерії прямої суми. Скалярний добуток, його властивості. Евклідові простори. Нерівність Коши-Буняковського. Ортогональні системи векторів. Процес ортогоналізації Грама-Шмідта.Визначник Грама. Ортогональне доповнення.

Змістовий модуль 3. «Аналітична геометрія»

Тема 1.8. Аналітична геометрія. Найпростіші задачі аналітичної геометрії. Скалярний, векторний та мішаний добутки векторів. Скалярний добуток векторів, його властивості ,зміст та застосування. Векторний добуток векторів, властивості. Геометричний та фізичний зміст. Обчислення векторного добутку за відомими координатами векторів-множників. Мішаний добуток векторів, його властивості та геометричний зміст. Необхідна та достатня умова компланарності векторів. Обчислення мішаного добутку. Пряма та площина у просторі. Криві та поверхні другого порядку. Канонічні рівняння кривих другого порядку (еліпс, коло, гіпербола, парабола). Їх властивості.

Математичний аналіз

Змістовий модуль 4. Теорія дійсного числа і числові послідовності

Тема 2.1. Поле дійсних чисел. Модуль дійсного числа. Обмежені і необмежені числові множини. Найбільший і найменший елементи числового безлічі. Верхня і нижня межі числового безлічі.

Тема 2.2. Поняття межі числової послідовності. Властивості збіжних послідовностей. Монотонні послідовності, критерій їх збіжності. Число е.

Тема 2.3. Функція. Межа функції в точці і на нескінченності. Властивості функцій, що мають границю. Нескінченно малі і нескінченно великі функції.

Тема 2.4. Неперервність функції в точці і на відрізку. Властивості функцій, неперервних в точці. Точки розриву функції та їх класифікація. Безперервність елементарних функцій. Чудові межі.

Тема 2.5. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентні функції та їх застосування до обчислення границь.

Тема 2.6. Функції, неперервні на відрізку, і їх властивості. Теорема Коші про проміжне значення. Зворотна функція і її безперервність.

Змістовий модуль 5. Диференціальне числення функцій однієї змінної

Тема 2.7. Похідна функції, її геометричний і фізичний зміст. Рівняння дотичної і нормалі до кривої. Правила диференціювання, похідна складної і зворотної функції. Похідні елементарних функцій. Таблиця похідних. Диференціювання функцій, заданих параметрично та неявно.

Тема 2.8. Диференціал функції та його геометричний зміст. Застосування диференціала в наближених обчисленнях. Інваріантність форми першого диференціала. Безперервність диференціюється.

Тема 2.9. Похідні і диференціали вищих порядків. Формула Лейбніця. Теореми Ролля, Лагранжа і Коші. Види невизначеностей. Правило Лопіталя.

Тема 2.10. Формула Тейлора і різні форми її залишкового члена. Основні розкладання елементарних функцій за формулою Тейлора та їх застосування.

Тема 2.11. Монотонність і екстремуми функції. Теорема Ферма. Необхідні і достатні умови екстремуму. Опуклість і точки перегину. Асимптоти графіка функції. Загальна схема дослідження функції та побудови її графіка.

Змістовий модуль 6. Інтегральне числення функцій однієї змінної

Тема 2.12. Первісна функція. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця основних невизначених інтегралів. Заміна змінної в невизначеному інтегралі та інтегрування по частинах.

Тема 2.13. Інтегрування раціональних функцій розкладанням на суму простих дробів. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції і деякі ірраціональні функції.

Тема 2.14. Поняття визначеного інтеграла. Суми Дарбу та їх властивості. Необхідні і достатні умови інтегрованості функцій. Інтегрування безперервних і кусочно-безперервних функцій.

Тема 2.15. Інтеграл із змінною верхньою межею і його диференціювання. Формула Ньютона-Лейбніця. Заміна змінної в певному інтегралі. Формула інтегрування частинами визначеного інтеграла.

Тема 2.16. Геометричні застосування визначеного інтеграла: обчислення площ плоских фігур; об'ємів тіл обертання; довжин дуг; площ поверхонь обертання. Фізичні додатки визначених інтегралів: обчислення роботи; шляху; тиску; маси; центра ваги; статичних моментів і моментів інерції.

Тема 2.17. Невласні інтеграли першого і другого роду. Визначення, ознаки збіжності, абсолютна і умовна збіжність.

Змістовий модуль 7. Диференційне числення функції декількох змінних

Тема 2.18. m-мірний евклідів простір. Відстань між точками. Околиця точки. Послідовність точок. Збіжність послідовності. Теорема про покоординатну збіжності. Властивості обмеженою послідовності точок. Повторні межі.

Тема 2.19. Безперервність функції m-змінних. Основні властивості неперервних функцій декількох змінних. Приватні похідні функцій декількох змінних.

Тема 2.20. Диференційність функції декількох змінних. Безперервність диференціюється. Існування приватних похідних функцій, що диференціюються. Достатні умови дифференціювання.

Тема 2.21. Диференціал функції декількох змінних. Його геометричний сенс. Диференціювання складної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна за напрямком. Градієнт.

Тема 2.22. Приватні похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Їх не інваріантність. Мнемонічна формула диференціала.

Тема 2.23. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа і в формі Пеано.

Тема 2.24. Локальний екстремум функції m-змінних. Необхідна умова екстремуму. Поняття про квадратичні форми. Достатня умова локального екстремуму функції m-змінних. Поняття неявної функції. Існування і дифференційність неявно заданої функції. Поняття умовного екстремуму. Метод множників Лагранжа.

Змістовий модуль 8. Числові ряди.

Тема 2.24. Поняття числового ряду. Сума ряду. Дослідження збіжності ряду, утвореного геометричною прогресією. Властивості збіжних рядів. Критерій Коші збіжності ряду. Необхідна умова збіжності ряду.

Тема 2.25. Ряди з невід'ємними членами. Ознаки порівняння. Ознаки Даламбера і Коші. Інтегральний ознака. Абсолютно і умовно збіжні ряди. Теореми про перестановку членів умовно і абсолютно збіжних рядів. Знакозмінні ряди. Ознака Лейбніца.

Тема 2.26. Ряди Фур'є. Ортогональність системи гармонічних функцій. Інтеграл Діріхлє. Принцип локалізації. Розклад функції у тригонометричний ряд.

Диференціальні рівняння

Змістовий модуль 9. Основи теорії диференціальних рівнянь

Тема 3.1. Вихідні поняття та означення теорії диференціальних рівнянь. Фізичні задачі, які призводять до диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення теорії диференціальних рівнянь. Диференційні задачі з початковими умовами.

Тема 3.2. Класи диференціальних рівнянь першого порядку, що інтегруються. Рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні рівняння. Узагальнені однорідні рівняння. Лінійні рівняння першого порядку. Рівняння Бернуллі, рівняння Ріккаті. Рівняння, що допускають зниження порядку.

Тема 3.3. Теорема існування та єдиності задачі Коши для одного диференціального рівняння першого порядку, вирішеного відносно похідної..

Тема 3.4. Теорема існування та єдиності задачі Коши для нормальної системи. Залежність рішень від початкових значень та параметрів.

Тема 3.5. Метод Пікара послідовних наближень вирішення диференціального рівняння.

Тема 3.6. Принцип стислих відображень. Теорема про нерухому точку.

Змістовий модуль 10. Лінійні системи диференціальних рівнянь

Тема 3.7. Загальні властивості лінійного диференціального рівняння п-го порядку. Однорідні та неоднорідні рівняння п-го порядку. Зведення лінійного диференціального рівняння п-го порядку до системи лінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку.

Тема 3.8. Лінійні системи диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами. Рішення системи методом розкладанням в ступеневий ряд.

Тема 3.9. Загальна теорія лінійних диференціальних рівнянь. Основні властивості однорідної системи диференціальних рівнянь 1-го порядку. Визначник Вронського та фундаментальна система розв'язків. Теорема Остроградського-Ліувілля.

Тема 3.10. Основні властивості систем лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь 1-го Метод варіації сталих (метод Лагранжа). Задача Коши для системи лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь.

Тема 3.11. Стійкість розв'язків системи диференціальних рівнянь в малому. Дослідження стійкості розв'язків систем ЗДР в малому за першим наближенням. Поняття стійкості розв'язків систем ЗДР за Ляпуновим. Перший метод Ляпунова. Асимптотична стійкість. Стійкість за Ляпуновим лінійних однорідних систем.

3. Рекомендована література

а. Основна література

1. Матриці та системи лінійних рівнянь: навчальний посібник / Під редакцією О. В. Савастру. – Одеса: Одеський національний університет імені І.І.Мечникова, 2019. – 121 с.
2. Щоголев С.А. Інтегральне числення функцій багатьох змінних – Одеса: 2015.-111 с.
3. Збірник тестових завдань з вищої математики: навчальний посібник для тестового контролю знань та вмінь студентів 1 курсу напрямів підготовки «комп'ютерна інженерія» та «математика» - Одеса, - 2014, - 57с.
4. Дубовик В. П. Вища математика: Навч. посібник для студентів вищ. навч. закладів: У 3-х ч. Ч. 1 / В. П. Дубовик, І. І. Юрик.- 2-ге вид. – Харків : Веста, 2008. – 200 с.
5. Дубовик В. П. Вища математика: Навч. посібник для студентів вищ. навч. закладів: У 3-х ч. Ч. 2 / В. П. Дубовик, І. І. Юрик.- 2-ге вид. – Харків : Веста, 2008. – 240 с.

6. Дубовик В. П. Вища математика: Навч. посібник для студентів вищ. навч. закладів: У 3-х ч. Ч. 3 / В. П. Дубовик, І. І. Юрик.- 2-ге вид. – Харків : Веста, 2008. – 232 с.

b. Допоміжна література

1. Клепко В. Ю. Вища математика в прикладах і задачах: навчальний посібник для студ. Вищих навч. закл. / В. Ю. Клепко, В. Л. Голець.- 2-ге вид. – Київ : Центр учбової літератури, 2009. – 594 с.
2. Кривуца В. Г. Вища математика: практикум: навчальний посібник для студ. вищих навч. закладів / В. Г. Кривуца, В. В. Барковський, Н. В. Барковська.- Вид. 2-ге, перероб. і доп. – Київ : Центр навч. літератури, 2005. – 536 с.
3. Практикум з вищої математики: навчальний посібник: рек. МОНУ. Ч. 1 / Ю. М. Бардачов, В. В. Крючковський, О. В. Цибуленко та ін. – Херсон : Олді-плюс, 2010. – 390 с.

4. Форма підсумкового контролю успішності навчання

Залік, іспит.

5. Методи діагностики успішності навчання

1. Поточний контроль на лекціях -вибіркове усне опитування студентів або з застосуванням тестів за раніше викладеним матеріалом, особливо за розділами курсу, які необхідні для зрозуміння теми лекції.
2. Поточний контроль на практичних заняттях: вибіркове усне опитування перед початком занять, виклик до дошки окремих студентів для самостійного розв’язування задач, письмові відповіді на окремі запитання, дані на практичному занятті.
   Оцінка активності студента у процесі занять, внесених пропозицій, оригінальних рішень, уточнень і визначень, доповнень попередніх відповідей і т.п.
3. Письмові самостійні і контрольні роботи.

Примітки:

1. Програма навчальної дисципліни розробляється вищим навчальним закладом. Програма навчальної дисципліни визначає місце і значення навчальної дисципліни, її загальний зміст та вимоги до знань і вмінь.

2. Програма навчальної дисципліни розробляється на основі освітньо-професійної програми.

3. Форма призначена для складання робочої програми навчальної дисципліни.

4. Вищими навчальними закладами можуть вноситися зміни до форми та змістового наповнення «Програми навчальної дисципліни» залежно від специфіки та профілю вищого навчального закладу.

5. Формат бланка – А4 (210×297 мм).