

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА  
Кафедра математичного аналізу



«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Проректор з науково-педагогічної роботи  
Олександр ВАПОРОЖЧЕНКО

20 22 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**ОК 9 «Диференціальні та інтегральні рівняння»**

Рівень вищої освіти: **Перший (бакалаврський)**

Галузь знань: **10 Природничі науки**

Спеціальність: **104 Фізика та астрономія**

Освітньо-професійна програма: **Фізика та астрономія**

ОНУ  
Одеса  
2022

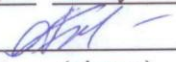
Робоча програма навчальної дисципліни «Диференціальні та інтегральні рівняння». – Одеса: ОНУ, 2022. – 18 с.

Розробники:

Кольцова Лілія Леонідівна, старший викладач кафедри математичного аналізу

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № 1 від “ 2 ” вересня 2022 р.

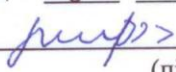
Завідувач кафедри  ( Анатолій КОРОНОВСЬКИЙ )  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Погоджено із гарантом ОПП «Фізика і астрономія»

 ( Юрій НИЦУК )  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

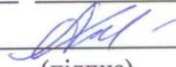
Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол № 1 від “ 6 ” 09 2022 р.

Голова НМК  ( Наталія МАСЛЄЄВА )  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

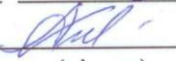
Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № від “ 30 ” 08 2023 р.

Завідувач кафедри  ( Коронівський А.В. )  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № 1 від “ 29 ” 02 2024 р.

Завідувач кафедри  ( Коронівський А.В. )  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		Очна форма навчання	Заочна форма навчання <sup>1</sup>
Загальна кількість кредитів – 6  годин – 180  змістових модулів – 4	Галузь знань: <i>10 Природничі науки</i>  Спеціальність: <i>104 Фізика та астрономія;</i>  Спеціалізація:  Рівень вищої освіти: <i>Перший (бакалаврський)</i>	<i>Обов'язкова дисципліна</i>	
		<b><i>Рік підготовки</i></b>	
		2-й	–
		<b><i>Семестр</i></b>	
		3-й	–
		<b><i>Лекції</i></b>	
		30 год.	–
		<b><i>Практичні, семінарські</i></b>	
		30 год.	–
		<b><i>Лабораторні</i></b>	
		–	–
		<b><i>Самостійна робота</i></b>	
		120 год.	–
Форма підсумкового контролю			
<i>іспит</i>			

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** ознайомити з базовими поняттями і методами теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, навчити складати математичні моделі при дослідженні різних явищ природи, знаходити розв'язки таких задач та давати їх фізичну інтерпретацію, проводити дослідження реальних процесів на основі вивчення якісних властивостей побудованих математичних моделей.

### **Завдання:**

- сформувати цілісну систему знань щодо диференціальних та інтегральних рівнянь на рівні, достатньому для опрацювання математичних моделей, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю фахівця;
- сприяти розвитку логічного та аналітичного мислення студентів;
- навчити працювати з науковою літературою, сприяти вдосконаленню навичок самостійної роботи;

<sup>1</sup> не передбачено

- забезпечити належний рівень підготовки до вивчення всіх дисциплін математичного і фізичного циклів.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

**а) інтегральних (ІК):**

**ІК.** Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

**б) загальних (ЗК):**

**К01.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

**К02.** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

**К04.** Здатність бути критичним і самокритичним.

**К05.** Здатність приймати обґрунтовані рішення.

**К08.** Здатність оцінювати та забезпечувати якість виконуваних робіт.

**в) спеціальних (СК):**

**К17.** Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.

**К24.** Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації.

**Програмні результати навчання:**

**ПРН04.** Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.

**ПРН08.** Мати базові навички самостійного навчання: вміти відшукувати потрібну інформацію в друкованих та електронних джерелах, аналізувати, систематизувати, розуміти, тлумачити та використовувати її для вирішення наукових і прикладних завдань.

У результаті вивчення навчальної дисципліни здобувач вищої освіти повинен

**знати:**

- основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь;
- основні типи диференціальних рівнянь 1-го порядку, що інтегруються в квадратурах;
- ознаки існування та єдиності розв'язків ДР;
- типи ДР вищих порядків, що припускають зниження порядку;
- основи теорії лінійних диференціальних рівнянь ;

- основні поняття теорії нормальних систем диференціальних рівнянь;
- основи теорії систем лінійних диференціальних рівнянь;
- основні положення теорії стійкості розв'язків диференціальних рівнянь;
- основи теорії лінійних диференціальних рівнянь з частинним похідним 1-го порядку;
- інтегральні рівняння Фредгольма та Вольтерра;

#### **вміти:**

- визначати типи ДР 1-го порядку, що інтегруються в квадратурах, знаходити загальний інтеграл таких рівнянь, знаходити частинні розв'язки ДР, що задовольняють задані початкові умови;
- визначати типи ДР вищих порядків, що припускають зниження порядку, володіння основними методами зниження порядку;
- користуватися теоремами існування та єдиності;
- інтегрувати лінійні ДР  $n$ -го порядку зі сталими коефіцієнтами; знаходити розв'язки, що задовольняють задані початкові або граничні умови;
- володіти основними методами наближеного інтегрування ДР – за допомогою степеневих рядів, метода ітерацій, числових методів;
- інтегрувати лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами;
- інтегрувати ДР з частинними похідними 1-го порядку;
- розв'язувати рівняння Фредгольма з виродженим ядром;
- самостійно опрацьовувати літературу;
- застосовувати отримані знання для вирішення конкретних фізичних завдань у процесі навчання та подальшої професійної діяльності, а також у звичайному житті.

Бути здатними до безперервного саморозвитку та самовдосконалення. Сприяти розвитку нових ідей або процесів у передових контекстах професійної та наукової діяльності.

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

**Змістовий модуль 1.** *Диференціальні рівняння 1-го порядку, інтегровні в квадратурах. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Лінійні диференціальні рівняння  $n$ -ого порядку.*

#### **Тема 1.** Інтегровні ДР-1.

Поняття ДР  $n$ -го порядку, поняття розв'язку ДР, приклади. Задачі, що приводять до ДР. ДР 1-го порядку, розв'язане відносно похідної, його геометричний та фізичний зміст. Інтегральна крива, задачі Коші, загальний та час-

тинний розв'язки, загальний інтеграл. Інтегровні типи ДР 1-го порядку, розв'язані відносно похідної, алгоритми інтегрування.

**Тема 2.** Теорема існування.

Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші: формулювання, основні етапи доведення, наслідки. ДР 1-го порядку, не розв'язані відносно похідної, основні випадки інтегрованості. Рівняння Лагранжа та Клеро. Особливі розв'язки, обвідна сім'ї кривих.

**Тема 3.** ДР-2, що припускають зниження порядку.

ДР 2-го порядку, задача Коші, її фізичний та геометричний зміст. ДР вищих порядків, які припускають зниження порядку.

**Тема 4.** Загальна теорія ЛДР- $n$ .

Лінійне ДР  $n$ -ого порядку, задача Коші, теорема існування та єдності розв'язку. Лінійна залежність та незалежність функцій на проміжку. Визначник Вронського системи функцій. Фундаментальна система розв'язків (ФСР) лінійного однорідного ДР  $n$ -ого порядку. Структура загального розв'язку лінійного однорідного ДР  $n$ -ого порядку (ЛОДР- $n$ ). Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного ДР  $n$ -ого порядку (ЛНДР- $n$ ).

**Тема 5.** ЛДР- $n$  зі сталими коефіцієнтами.

ЛОДР- $n$  зі сталими коефіцієнтами, побудова загального розв'язку. ЛНДР- $n$  зі сталими коефіцієнтами, побудова загального розв'язку. ДР, що описують коливні явища.

**Тема 6.** ЛДР-2 зі змінними коефіцієнтами

Деякі ЛДР-2 зі змінними коефіцієнтами. Рівняння Ейлера, рівняння Бесселя, рівняння Ейрі. Поліноми Чебишова та Ерміта. Інтегрування ЛОДР-2 за допомогою степеневих рядів. Поняття про граничні задачі.

**Змістовий модуль 2.** Системи диференціальних рівнянь. Лінійні рівняння з частинними похідними 1-го порядку. Інтегральні рівняння.

**Тема 7.** Нормальні системи ДР. Загальна теорія лінійних систем ДР.

Нормальні системи ДР, загальні поняття. Інтеграл та перший інтеграл нормальної системи, загальний інтеграл. Лінійні однорідні системи ДР, властивості розв'язків. Лінійна залежність та незалежність систем вектор-функцій. Критерій лінійної незалежності розв'язків лінійної однорідної системи ДР (ЛОСДР). ФСР ЛОСДР. Теорема про загальний розв'язок ЛОСДР. Структура загального розв'язку лінійної неоднорідної системи ДР.

**Тема 8.** Лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами.

Лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами, побудова загального розв'язку.

**Тема 9.** Елементи теорії стійкості за Ляпуновим.

Поняття о стійкості розв'язків за Ляпуновим. Стійкість лінійних систем зі сталими коефіцієнтами. Критерії стійкості нелінійних систем за першим наближенням. Класифікація особливих точок лінійної однорідної системи 2-

го порядку зі сталими коефіцієнтами. Консервативна система з одним ступенем вільності, побудова фазового портрету за допомогою графіка потенціальної енергії.

**Тема 10.** Системи звичайних ДР у симетричній формі. Лінійне однорідне ДР з частинними похідними 1-го порядку. Лінійне неоднорідне рівняння з частинними похідними 1-го порядку.

Системи звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) у симетричній формі, інтегровні комбінації. Лінійне однорідне ДР з частинними похідними 1-го порядку (ЛОДРЧП-1). Зв'язок з системою звичайних ДР у симетричній формі. Задача Коші для ЛОДРЧП-1. Лінійне неоднорідне рівняння з частинними похідними 1-го порядку (ЛНДРЧП-1), задача Коші.

**Тема 11.** Інтегральні рівняння.

Поняття про інтегральні рівняння (ІР), основні класи ІР. Задачі, які приводять до ІР. Теорія Фредгольма, резольвента. ІР Фредгольма з виродженим ядром. Альтернатива Фредгольма.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви тем	Кількість годин				
	Очна форма				
	Усього	у тому числі			
л		п/с	лаб	ср	
1	2	3	4	5	6
<b>Змістовий модуль 1.</b> Диференціальні рівняння 1-го порядку, інтегровні в квадратурах. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші. Лінійні диференціальні рівняння $n$ -ого порядку.					
Тема 1. Інтегровні ДР-1.	36	4	8		24
Тема 2. Теорема існування.	6	2	0		4
Тема 3. ДР-2, що припускають зниження порядку.	18	2	4		12
Тема 4. Загальна теорія ЛДР- $n$ .	12	4	0		8
Тема 5. ЛДР- $n$ зі сталими коефіцієнтами.	18	2	4		12
Тема 6. ЛДР-2 зі змінними коефіцієнтами.	6	2	0		4
Разом за змістовим модулем 1	96	16	16		64
<b>Змістовий модуль 2.</b> Системи диференціальних рівнянь. Лінійні рівняння з частинними похідними 1-го порядку. Інтегральні рівняння.					
Тема 7. Нормальні системи ДР. Загальна теорія лінійних систем ДР.	18	4	2		12
Тема 8. Лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами.	24	2	6		16

Тема 9. Елементи теорії стійкості за Ляпуновим.	12	2	2		8
Тема 10. Системи ЗДР у симетричній формі. ЛОДРЧП-1. ЛНДРЧП-1.	18	4	2		12
Тема 11. Інтегральні рівняння	12	2	2		8
Разом за змістовим модулем 2	84	14	14		56
<b>Усього годин</b>	<b>180</b>	<b>30</b>	<b>30</b>		<b>120</b>

### 5. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені.

### 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	ДР 1- з відокремленими змінними. ДР з відокремлюваними змінними. Однорідні ДР. ДР, які зводяться до однорідних	2
2	Лінійні ДР (метод Лагранжа, метод Бернуллі).	2
3	ДР Бернуллі. ДР Ріккати.	2
4	ДР у повних диференціалів. Інтегрувальний множник. ДР Лагранжа. ДР Клеро.	2
5	ДР вищих порядків, інтегровні в квадратурах. ДР вищих порядків, що припускають зниження порядку.	2
6	ЛОДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. ЛНДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальним виглядом правої частини	2
7	ЛНДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальним виглядом правої частини. ЛДР 2-го порядку зі змінними коефіцієнтами. ДР Ейлера, ДР Чебишова.	2
8	<b>КР-1</b> за з.м.1 (т.1-6)	2
9	Нормальні системи ДР.	2
10	Лінійна система ДР зі сталими коефіцієнтами.	2
11	Лінійна система ДР зі сталими коефіцієнтами.	2
12	Елементи теорії стійкості за Ляпуновим.	2
13	Лінійні ДР з частинними похідними 1-го порядку (однорідні, неоднорідні)	2
14	Інтегральні рівняння	2
15	<b>КР-2</b> за з.м.2 (т.7-11)	2
	<b>Всього годин</b>	<b>30</b>

### 7. Теми лабораторних занять

Лабораторні заняття не передбачені.



## 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Поняття ДР $n$ -го порядку, поняття розв'язку ДР. Задачі, що приводять до ДР.	2
2	ДР 1- з відокремленими змінними, ДР з відокремлюваними змінними.	2
3	Однорідні ДР.	2
4	ДР, які зводяться до однорідних.	2
5	Лінійні ДР (метод Лагранжа, метод Бернуллі).	4
6	ДР Бернуллі.	2
7	ДР Ріккати	2
8	ДР у повних диференціалах. Інтегрувальний множник.	4
9	ДР Лагранжа.	2
10	ДР Клеро.	2
11	Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші.	4
12	ДР вищих порядків, інтегровних в квадратурах.	4
13	ДР-2, що припускають зниження порядку.	6
14	ДР $n$ -ого порядку, задача Коші, теорема існування та єдиності розв'язку.	2
15	Лінійна залежність та незалежність функцій на проміжку. Визначник Вронського системи функцій, фундаментальна система розв'язків (ФСР) лінійного однорідного ДР $n$ -ого порядку.	4
16	Структура загального розв'язку лінійного однорідного ДР $n$ -ого порядку (ЛОДР- $n$ ), структура загального розв'язку лінійного неоднорідного ДР $n$ -ого порядку (ЛНДР- $n$ ).	2
17	ЛОДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.	2
18	ЛНДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами і спеціальним виглядом правої частини	8
19	ЛДР-2 зі змінними коефіцієнтами. ДР Ейлера.	2
20	ДР Чебишова.	2
21	Підготовка до <b>КР-1</b> за з.м.1 (т.1-6)	4
22	Нормальні системи ДР. Інтеграл та перший інтеграл нормальної системи, загальний інтеграл.	4
23	Загальна теорія лінійних систем ДР.	4
24	Лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами.	16
25	Елементи теорії стійкості за Ляпуновим.	8
26	Лінійні системи ДР зі сталими коефіцієнтами.	6
27	Лінійні ДР з частинними похідними 1-го порядку (однорідні, неоднорідні).	6
28	Інтегральні рівняння (ІР) та основні класи ІР. Задачі, які	4

	приводять до IP.	
29	Теорія Фредгольма, резольвента. IP Фредгольма з виродженим ядром, альтернатива Фредгольма.	4
30	Підготовка до <b>КР-2</b> за з.м.2 (т.7-11)	4
	<b>Всього годин</b>	<b>120</b>

До самостійної роботи відносяться: підготовка до лекцій, практичних занять; робота з конспектом та рекомендованою літературою; виконання домашніх практичних завдань.

Результати самостійної роботи перевіряються під час самостійної роботи студента під керівництвом викладача в аудиторіях або за допомогою відеоресурсів (Google Meet), а також оформлені роботи можуть бути надіслані в Google Classroom.

## 9. Методи навчання

При викладанні дисципліни використовуються словесні методи навчання, наочні методи навчання. Головним словесним методом навчання є лекція.

Під час проведення лекцій використовуються наступні методи навчання: пояснювально-ілюстративний метод або інформаційно-рецептивний; репродуктивний метод (репродукція – відтворення); метод проблемного викладу; частково-пошуковий, або евристичний метод.

Під час практичних занять використовуються наступні методи навчання: частково-пошуковий, або евристичний метод; дискусійний метод.

Під час самостійної роботи використовуються наступні методи навчання: дослідницький метод.

## 10.Форми контролю і методи оцінювання (у т.ч. критерії оцінювання результатів навчання)

Для кожної теми формами контролю навчальних здобутків студентів є **поточний контроль** – аудиторне поточне опитування; оцінка активності роботи на заняттях; оцінка позааудиторної самостійної роботи; рівень розуміння тем, що розглядаються, за результатами контрольних робіт.

Активна робота на заняттях передбачає, що на запитання викладача студенти за власною ініціативою наводять означення понять, формулювання тверджень, передбачених програмою дисципліни, демонструють власні розв'язання вправ і задач, беруть участь у дискусії щодо оптимальних способів отримання правильних результатів.

Позааудиторна самостійна робота передбачає опрацювання теоретичного матеріалу кожної лекції та виконання домашніх завдань – розв'язання вправ та задач на відповідну тему.

**Підсумковий контроль:** іспит. Форма проведення іспиту – усна.

**Загальні критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів освіти**

Оцінка за на-	Теоретична підготовка	Практична підготовка
---------------	-----------------------	----------------------

ціональною шкалою	Здобувач освіти	
Відмінно (90-100% від максимальної кількості балів)	у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.	глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу.
Добре (75-89% від максимальної кількості балів)	достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обгрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	правильно вирішив більшість розрахункових/тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання.

<p>Задовільно (60-74% від максимальної кількості балів)</p>	<p>володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.</p>	<p>може використовувати знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.</p>
<p>Незадовільно з можливістю повторного складання (35-59% від максимальної кількості балів)</p>	<p>володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вміє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки.</p>	<p>недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.</p>
<p>Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни (0-34% від максимальної кількості балів)</p>	<p>не володіє навчальним матеріалом</p>	<p>виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача</p>

### 11. Питання для поточного та підсумкового контролю

- 1) Поняття диференціального рівняння (ДР)  $n$ -го порядку. Поняття розв'язку ДР, приклади. ДР 1-го порядку, розв'язане відносно похідної, геометричний зміст, поле напрямів. Фізичний зміст, поле швидкостей.
- 2) Розв'язок ДР 1-го порядку, інтегральна крива, задача Коші, її геометричний зміст, загальний розв'язок.
- 3) ДР 1-го порядку з відокремлюваними змінними.

- 4) Однорідне ДР 1-го порядку, його геометричний зміст. Рівняння, звідні до однорідного.
- 5) Лінійне ДР 1-го порядку. Метод варіації довільної сталої побудови загального розв'язку.
- 6) Рівняння Бернуллі.
- 7) Рівняння Ріккати.
- 8) ДР у повних диференціалах.
- 9) Інтегруючий множник, частинні випадки його побудови.
- 10) Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для ДР 1-го порядку (ТІЄР). Еквівалентність задачі Коші інтегральному рівнянню.
- 11) ТІЄР. Побудова послідовних наближень.
- 12) ТІЄР. Відображення області в себе.
- 13) ТІЄР. Збіжність процесу послідовних наближень.
- 14) ТІЄР. Оцінка швидкості збіжності.
- 15) ТІЄР. Граничний перехід.
- 16) ТІЄР. Єдиність розв'язку.
- 17) ТІЄР. Продовжуваність розв'язку, приклади.
- 18) ДР 1-го порядку, не розв'язані відносно похідної. Теорема існування та єдиності розв'язку. Інтегральна крива, загальний інтеграл.
- 19) Випадок рівняння, розв'язаного відносно  $y$ .
- 20) Випадок рівняння, розв'язаного відносно  $x$ .
- 21) Рівняння Лагранжа і Клеро.
- 22) Особливі розв'язки д.р., не розв'язаного відносно похідної. Дискримінантна крива.
- 23) Обвідна сім'ї кривих.
- 24) Рівняння вищих порядків. Поняття розв'язку, задачі Коші, загального розв'язку. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для д.р.  $n$ -го порядку, розв'язаного відносно старшої похідної.
- 25) ДР 2-го порядку, фізичний зміст. Задача Коші, її геометричний та фізичний зміст.
- 26) ДР 2-го порядку, що припускають зниження порядку. Випадки  $F(x, y', y'') = 0$ ,  $F(y, y', y'') = 0$ .
- 27) ДР 2-го порядку, що припускають зниження порядку. Випадки однорідності та квазіоднорідності.
- 28) Лінійне рівняння  $n$ -ого порядку, задача Коші, теорема існування та єдиності розв'язку. Лінійний диференціальний оператор, його властивості.
- 29) Лінійна залежність та незалежність функцій на проміжку. Визначник Вронського, необхідна умова лінійної залежності функцій на проміжку.

- 30) Необхідна і достатня умова лінійної незалежності  $n$  розв'язків лінійного однорідного ДР  $n$ -ого порядку (ЛОДР- $n$ ).
- 31) Властивості вронскіана розв'язків ЛОДР- $n$ .
- 32) Фундаментальна система розв'язків (ФСР) ЛОДР- $n$ . Приклади. Теорема про існування ФСР.
- 33) Теорема про структуру загального розв'язку ЛОДР- $n$ .
- 34) Нормована ФСР. Побудова нормованої ФСР за будь якою ФСР.
- 35) Побудова ЛОДР- $n$ , що має задану ФСР.
- 36) Формула Остроградського-Ліувілля.
- 37) Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного ДР  $n$ -ого порядку (ЛНДР- $n$ ).
- 38) Метод варіації довільних сталих побудови загального розв'язку ЛНДР- $n$ .
- 39) ЛОДР- $n$  зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння (х.р.). Побудова загального розв'язку у випадку простих дійсних коренів х.р.
- 40) Побудова загального розв'язку ЛОДР- $n$  зі сталими коефіцієнтами у випадку простих комплексних коренів х.р.
- 41) Побудова загального розв'язку ЛОДР- $n$  зі сталими коефіцієнтами у випадку кратних коренів х.р.
- 42) ЛНДР- $n$  зі сталими коефіцієнтами і спеціальним видом правої частини. Побудова частинного розв'язку у випадку I.
- 43) ЛНДР- $n$  зі сталими коефіцієнтами і спеціальним видом правої частини. Побудова часткового розв'язку у випадку II.
- 44) Лінійні ДР 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Коливні явища.
- 45) Рівняння Ейлера.
- 46) Рівняння Чебишова. Поліноми Чебишова.
- 47) ЛДР- $n$  зі змінними коефіцієнтами. Зведення ЛОДР- $n$  до вигляду, який не містить першої похідної. Інваріант ЛОДР- $n$ .
- 48) Самоспряжений вигляд, зведення до самоспряженого вигляду.
- 49) Побудова загального розв'язку ЛОДР-II, коли відомо один частковий розв'язок.
- 50) Інтегрування ЛОДР-II за допомогою степеневих рядів.
- 51) Крайова задача для ЛДР-II. Типи крайових задач. Зведення задачі з неоднорідними крайовими умовами до задачі з однорідними крайовими умовами.
- 52) Теорема про існування нетривіального розв'язку однорідної крайової задачі.
- 53) Функція Гріна крайової задачі, її властивості.
- 54) Розв'язання неоднорідної крайової задачі за допомогою функції Гріна.

- 55) Нормальні системи диференціальних рівнянь. Загальні поняття. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші.
- 56) Загальний розв'язок нормальної системи.
- 57) Інтеграл та перший інтеграл нормальної системи. Загальний інтеграл. Необхідна і достатня умова незалежності інтегралів.
- 58) Теорема про кількість незалежних інтегралів.
- 59) Зниження порядку системи за допомогою перших інтегралів.
- 60) Інтегрування нормальної системи II порядку за допомогою функцій комплексної змінної.
- 61) Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь, властивості розв'язків.
- 62) Лінійна залежність та незалежність систем вектор-функцій. Необхідна умова лінійної залежності вектор-функцій на проміжку.
- 63) Критерій лінійної незалежності розв'язків системи лінійних диференціальних рівнянь.
- 64) Формула Остроградського–Ліувілля для системи ЛДР.
- 65) Фундаментальна система розв'язків лінійної системи ДР. Теорема про існування ФСР.
- 66) Теорема про загальний розв'язок ЛОСДР.
- 67) Структура загального розв'язку ЛНСДР.
- 68) Системи лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Побудова загального розв'язку ЛОСДР зі сталими коефіцієнтами у випадку простих дійсних кореней характеристичного рівняння.
- 69) Побудова загального розв'язку ЛОСДР зі сталими коефіцієнтами у випадку простих комплексних кореней характеристичного рівняння.
- 70) Побудова загального розв'язку ЛОСДР зі сталими коефіцієнтами у випадку кратних дійсних кореней характеристичного рівняння.
- 71) Зведення одного ДР  $n$ -ого порядку до системи та системи до одного рівняння.
- 72) Означення стійкості розв'язків за Ляпуновим. Асимптотична стійкість.
- 73) Стійкість лінійних систем зі сталою матрицею коефіцієнтів.
- 74) Критерій Рауса – Гурвіца.
- 75) Критерії стійкості за першим наближенням.
- 76) Класифікація особливих точок лінійної однорідної системи II-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Вузол та сідловина.
- 77) Класифікація особливих точок лінійної однорідної системи II-го порядку зі сталими коефіцієнтами. Фокус та центр.
- 78) Характер особливих точок нелінійних автономних систем II-го порядку.

- 79) Консервативна система з одним ступенем вільності. Побудова фазового портрету за допомогою графіка потенціальної енергії.
- 80) Система диференціальних рівнянь у симетричній формі. Властивість інтегралів. Інтегровні комбінації.
- 81) Лінійне однорідне диференціальне рівняння у частинних похідних 1-го порядку (ЛОДРЧП-1). Зв'язок з системою у симетричній формі.
- 82) Задача Коші для ЛОДРЧП-1. Алгоритм розв'язання.
- 83) Лінійне неоднорідне диференціальне рівняння у частинних похідних 1-го порядку (ЛНДРЧП-1).
- 84) Задача Коші для ЛНДРЧП-1. Алгоритм розв'язання.
- 85) Основні класи інтегральних рівнянь. Теорія Фредгольма.
- 86) Інтегральні рівняння Фредгольма з виродженим ядром.

## 12. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточний контроль						Підсумковий контроль (іспит)	Сума балів
ЗМ1			ЗМ2				
Актив.	СР	КР-1	Актив.	СР	КР-2	30	100
5	5	25	5	5	25		

### Розподіл балів за видами навчальної роботи

#### Поточний контроль:

##### 1. Бали за активність на заняттях:

Бали нараховуються за плідну роботу та відповіді на практичних заняттях. Але не більше ніж **5 балів** протягом одного змістового модулю.

1 бал – самостійно правильно розв'язане завдання і прокоментоване розв'язання.

0,5 бала – плідна робота на практичному занятті (ці бали нараховуються, якщо студент був присутній на занятті і виконував усі практичні завдання, які на ньому розв'язувалися).

0 балів – пасивна робота на практичному занятті.

##### 2. Позааудиторна самостійна робота:

Бали нараховуються за опрацювання теоретичного матеріалу кожної лекції та виконання домашніх завдань. Але не більше ніж **5 балів** протягом одного змістового модуля.

1 бал – 100% правильно розв'язаних завдань.

0,5 бала – правильно розв'язаних завдань більше 50%.

0 балів – у інших випадках.

##### 3. Аудиторна контрольна робота:

За одну роботу можна отримати максимально **25 балів**. Розподіл балів між завданнями залежить від кількості завдань та їх складності.



Здобувачі освіти, які за сумою балів поточного контролю мають бальну оцінку з дисципліни від 60 балів, можуть, за їх бажанням, бути:

- звільнені від складання іспиту і отримати оцінку, відповідно бальній оцінці з дисципліни;
- допущені до складання іспиту з метою підвищення оцінки.

### **Підсумковий контроль:**

Екзаменаційний білет містить два теоретичних питання. Кожне питання оцінюється за 15-бальною шкалою. Критерії оцінювання відповіді здобувача вказані в п. 10.

Кінцева оцінка виставляється за сумою балів поточного та підсумкового контролю за шкалою, що наведена нижче:

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для іспиту
90 – 100	<b>A</b>	відмінно
82-89	<b>B</b>	добре
74-81	<b>C</b>	
64-73	<b>D</b>	
60-63	<b>E</b>	задовільно
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### **13. Навчально-методичне забезпечення**

1) Робоча програма навчальної дисципліни

<http://onu.edu.ua/uk/structure/faculty/fmfit/dystsypliny>,

<http://phys.onu.edu.ua/uk/robochi-prohramy-navchalnykh-dystsyplin>

2) Силабус

<http://onu.edu.ua/uk/structure/faculty/fmfit/dystsypliny>,

<http://phys.onu.edu.ua/uk/robochi-prohramy-navchalnykh-dystsyplin>

### **14. Рекомендована література**

#### **Основна:**

1) Щоголев С. А., Дрік Н. Г., Кореновський Арк. О. Диференціальні та інтегральні рівняння. Навчальний посібник. Одеса, ОНУ, 2017. – 400 с.

2) Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні та інтегральні рівняння: електронний посібник для студентів напрямів підготовки «фізика», «прикладна фізика» вищих навчальних закладів – Ів.-Франківськ, ПНУ, 2012. – 355 с.

3) Самойленко А. М. Диференціальні рівняння: Підручник./А. М. Самойленко, М. О. Перестюк, І. О. Парасюк. – 3-тє вид., перероб. і

доп. – К.: Видавничо-поліграфічний центр “Київський університет”, 2010. – 527 с.

- 4) Перестюк М.О., Свіщук М.Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь: Навч. Посібн. / М. О. Перестюк, М. Я. Свіщук – К.: ТВіМС, 2004. – 221 с.

**Додаткова:**

- 1) Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння в задачах. – К.: Либідь, 2003.
- 2) Вітриченко І. Є. Конспект лекцій з курсу «Диференціальні та інтегральні рівняння» для спеціальності 7.070101 «Фізика» (4 частини). – Одеса, 1998.

**15.Електронні інформаційні ресурси**

- 1) <http://lib.onu.edu.ua> – наукова бібліотека ОНУ імені І. І. Мечникова.
- 2) <http://odnb.odessa.ua> – Одеська національна наукова бібліотека.
- 3) <http://www.nbuv.gov.ua> – Бібліотека ім. В.І. Вернадського.
- 4) <http://korolenko.kharkov.com> – Бібліотека ім. В.Г. Короленко.
- 5) <https://www.imath.kiev.ua/> – Сайт Інституту математики НАН України.
- 6) <https://scholar.google.com.ua> – пошук наукової літератури у різних дисциплінах і за різними джерелами, включаючи рецензовані статті, дисертації, книги, реферати та звіти, опубліковані видавництвами наукової літератури, професійними асоціаціями, вищими навчальними закладами та іншими науковими організаціями.
- 7) <https://worldwidescience.org> – глобальний науковий шлюз, що складається з національних та міжнародних наукових баз даних і порталів.