

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І. І. МЕЧНИКОВА  
Кафедра математичного аналізу



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-педагогічної роботи

Олександр ЗАПОРОЖЧЕНКО

« 4 » вересня 2024 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**ОК 6 Математичний аналіз**

Рівень вищої освіти **перший (бакалаврський)**  
Галузь знань **10 Природничі науки**  
Спеціальність **104 Фізика та астрономія**  
Освітньо-професійна програма **Фізика та астрономія**

ОНУ  
2024

Робоча програма навчальної дисципліни «Математичний аналіз». – Одеса: ОНУ, 2024. – 19 с.

Розробники:

Коваленко Лариса Григорівна, доцент кафедри математичного аналізу, кандидат фізико-математичних наук

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № 1 від. "29" 03 2024 р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ (Анатолій КОРЕНОВСЬКИЙ)  
(підпис)

Погоджено із гарантом ОПП «Фізика та астрономія» першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, спеціальність 104 Фізика та астрономія \_\_\_\_\_ (Юрій НІЦУК)  
(підпис)

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол № 1 від. "4" 03 2024 р.

Голова НМК \_\_\_\_\_ (Володимир ГОЦУЛЬСЬКИЙ)  
(підпис)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № \_\_\_\_\_ від. "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)  
(підпис)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № \_\_\_\_\_ від. "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)  
(підпис)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни			
		<i>Очна форма навчання</i>		<i>Заочна форма навчання*</i>	
Загальна кількість: кредитів – 12  годин – 360  змістових модулів – 7	Галузь знань: <b>10 Природничі науки</b>  Спеціальність: <b>104 Фізика та астрономія</b>  Спеціалізація:  <hr/> (назва)  Рівень вищої освіти: <b>перший (бакалаврський)</b>	<i>Обов'язкова дисципліна</i>			
		<i>Рік підготовки</i>			
		1-й	2-й	–	
		<i>Семестр</i>			
		1-й	2-й	3-й	–
		<i>Лекції</i>			
		30 год.	30 год.	30 год.	–
		<i>Практичні, семінарські</i>			
		30 год.	30 год.	30 год.	–
		<i>Лабораторні</i>			
		–	–	–	–
		<i>Самостійна робота</i>			
		60 год.	60 год.	60 год.	–
<i>Форма підсумкового контролю: іспит</i>					

\*не передбачено

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Метою** викладання навчальної дисципліни є ознайомлення студентів з основними розділами математичного аналізу, методами розв'язання типових задач та прикладами застосувань в задачах механіки, фізики, прикладної математики. Особлива увага приділяється формуванню навичок застосування апарату математичного аналізу до розв'язання наукових і прикладних задач.

### **Завдання:**

- сформувати у студентів цілісну систему знань щодо сучасної теорії функцій дійсної та комплексної змінної, зокрема, диференціального та інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних, теорії числових та функціональних рядів;
- сприяти розвитку логічного та аналітичного мислення студентів;
- навчити працювати з рекомендованою літературою, сприяти вдосконаленню навичок самостійної роботи;
- продемонструвати зв'язок математичного аналізу з іншими навчальними дисциплінами;
- забезпечити належний рівень підготовки до вивчення всіх дисциплін математичного і фізичного циклів;
- допомогти студентам навчитись ефективно застосовувати апарат математичного аналізу до розв'язання наукових і прикладних задач;
- прищеплювати навички колективної роботи.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

**ІК.** Здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми з фізики та/або астрономії у професійній діяльності або у процесі подальшого навчання, що передбачає застосування певних теорій і методів фізики та/або астрономії і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

**(З)К01.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

**(С)К17.** Здатність використовувати на практиці базові знання з математики як математичного апарату фізики і астрономії при вивченні та дослідженні фізичних та астрономічних явищ і процесів.

**(С)К24.** Здатність працювати з джерелами навчальної та наукової інформації.

**Очікувані результати навчання.** У результаті вивчення дисципліни здобувач вищої освіти повинен:

### **знати:**

- основні поняття та твердження аналізу функцій дійсної та комплексної змінної: теорії границь, неперервних функцій, диференціального та інтегрального числення, теорії рядів;
- основні області застосування математичних моделей, що розглядаються;

### **вміти:**

- досліджувати функції однієї змінної на неперервність, диференційованість, монотонність, інтегрованість;
- знаходити границі, похідні, диференціали, екстремуми, невизначені та визначені інтеграли;

- досліджувати властивості функцій багатьох змінних, знаходити частинні похідні, диференціали, похідні за напрямом, екстремуми, кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли;
- застосовувати визначені, кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли до обчислення площ фігур, довжин дуг кривих, об'ємів тіл, площ поверхонь, моментів інерції та координат центра мас плоскої фігури, тіла, а також у векторному аналізі;
- досліджувати основні властивості числових і функціональних послідовностей та рядів;
- розкладати аналітичні функції в ряди Тейлора, а періодичні кусково-гладкі – в ряди Фур'є;
- застосовувати методи математичного аналізу при вивченні фізичних явищ і процесів шляхом формування їх математичних моделей;
- спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово.

Бути здатними до безперервного саморозвитку і самовдосконалення.

Це відповідає наступним **програмним результатам** навчання:

**ПР04.** Вміти застосовувати базові математичні знання, які використовуються у фізиці та астрономії: з аналітичної геометрії, лінійної алгебри, математичного аналізу, диференціальних та інтегральних рівнянь, теорії ймовірностей та математичної статистики, теорії груп, методів математичної фізики, теорії функцій комплексної змінної, математичного моделювання.

**ПР07.** Розуміти, аналізувати і пояснювати нові наукові результати, одержані у ході проведення фізичних та астрономічних досліджень відповідно до спеціалізації.

### 3. Зміст навчальної дисципліни

#### І семестр.

**Змістовий модуль 1.** Вступ до аналізу.

**Тема 1.** Дійсні числа і числові послідовності.

Дійсні числа. Обмежені і необмежені числові множини. Точна верхня та нижня межі. Границя числової послідовності. Властивості збіжних послідовностей. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності. Критерій збіжності монотонної послідовності. Число  $e$ . Поняття підпослідовності та часткової границі.

**Тема 2.** Границя функції однієї змінної.

Поняття функції однієї змінної. Класифікація відображень. Складені, обернені, параметрично задані, неявні функції. Означення Гейне та Коші границі функції в точці. Границі функцій та арифметичні операції. Границя на нескінченності. Граничний перехід у нерівностях. Односторонні границі.

**Тема 3.** Неперервні функції.

Неперервність функції в точці. Локальні властивості неперервних функцій. Класифікація точок розриву. Неперервність складеної та оберненої функції. Неперервність елементарних функцій. Визначні границі. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентні функції та їх застосування до обчислення границь. Функції, неперервні на відріжку, та їх властивості. Теорема Вєєрштрасса і Больцано-Коші.

**Змістовий модуль 2.** Диференціальне числення функцій однієї змінної.

**Тема 4.** Похідна та диференціал.

Задачі, що призводять до поняття похідної. Означення похідної функції в точці. Похідна суми, добутку і частки функцій. Похідна складеної та оберненої функції. Таблиця похідних. Диференційованість функції. Диференціал. Похідні та диференціали вищих порядків. Похідна параметрично заданої та неявної функції.

**Тема 5.** Основні теореми диференціального числення.

Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа і Коші. Правило Лопітала. Формула Тейлора і різні види її залишку. Формули Маклорена для основних елементарних функцій. Приклади застосування.

**Тема 6.** Дослідження функцій за допомогою похідних.

Умови монотонності функції в термінах похідної. Екстремуми функції, необхідні та достатні умови існування локальних екстремумів. Глобальні екстремуми та методи їх знаходження. Опуклі функції, їх властивості, критерій опуклості. Точки перегину. Асимптоти. Побудова графіків з повним дослідженням властивостей.

**Змістовий модуль 3.** Інтегральне числення функцій однієї змінної (початок).

**Тема 7.** Невизначений інтеграл.

Означення та властивості первісної функції, невизначеного інтегралу. Таблиця невизначених інтегралів. Основні методи інтегрування: розкладення, заміни змінної, інтегрування частинами. Інтегрування раціональних, ірраціональних та тригонометричних функцій.

### II семестр.

**Змістовий модуль 3.** Інтегральне числення функцій однієї змінної (продовження).

**Тема 8.** Визначений інтеграл Рімана.

Поняття визначеного інтегралу Рімана. Необхідна умова інтегровності. Класи інтегровних функцій. Властивості визначеного інтегралу. Інтеграл зі змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбніца. Заміна змінної та інтегрування частинами у визначених інтегралах. Застосування визначеного інтегралу до обчислення площ криволінійних фігур, об'ємів тіл обертання, довжин дуг. Обчислення роботи, координат центра мас, моментів інерції.

**Тема 9.** Невласні інтеграли.

Означення і властивості невластних інтегралів 1-го та 2-го роду. Збіжність інтегралів від знакосталих функцій. Абсолютна збіжність. Інтеграли, що залежать від параметру. Інтеграли Ейлера.

**Змістовий модуль 4.** Диференціальне числення функцій багатьох змінних.

**Тема 10.** Функції багатьох змінних.

Послідовності точок на площині та у просторі, обмеженість, поняття границі, збіжність. Функції багатьох змінних (ФБЗ). Лінії та поверхні рівня. Границя ФБЗ в точці. Неперервність. Частинні похідні та диференціали першого порядку. Умови диференційованості. Похідна за напрямом. Диференціювання складених, неявно заданих функцій. Частинні похідні та диференціали вищих порядків. Формула Тейлора для ФБЗ.

**Тема 11.** Екстремуми функції багатьох змінних.

Локальний екстремум ФБЗ. Необхідна умова існування локального екстремуму. Достатня умова екстремуму. Поняття про умовний екстремум. Метод множників Лагранжа.

**Змістовий модуль 5.** Інтегральне числення функцій багатьох змінних.

**Тема 12.** Кратні інтеграли.

Подвійний інтеграл, означення, умови існування, властивості. Обчислення подвійних інтегралів у декартових координатах. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Потрійний інтеграл. Заміна змінних у кратних інтегралах. Полярні координати. Обчислення інтегралу Ейлера–Пуассона. Циліндрична та сферична системи координат. Обчислення площ та об'ємів, моментів інерції та координат центра мас плоскої фігури, тіла.

**Тема 13.** Криволінійні інтеграли.

Криволінійні інтеграли 1-го та 2 типу: означення, властивості, обчислення та застосування. Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтегралу від шляху інтегрування.

**Тема 14.** Поверхневі інтеграли. Формули Стокса та Остроградського.

Поверхні у тривимірному просторі. Площа поверхні та її властивості. Поверхневі інтеграли 1-го та 2-го типу: означення, властивості, обчислення та застосування. Формула Стокса. Формула Остроградського-Гауса. Диференціальні операції теорії поля. Набла-символіка. Векторні поля. Течія, циркуляція, ротор. Потенціальні та соленоїдні поля.

### III семестр

**Змістовий модуль 6.** Числові та функціональні ряди.

**Тема 15.** Числові ряди.

Поняття числового ряду та його суми. Необхідна умова збіжності. Ознаки збіжності рядів з невід'ємними доданками. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Ознака Лейбніца. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.

**Тема 16.** Функціональні ряди.

Поняття функціональної послідовності, функціонального ряду, області збіжності, суми ряду. Степеневі ряди. Теорема Абеля про збіжність степеневого ряду. Радіус та інтервал збіжності. Ряди Тейлора. Розкладення в ряди Маклорена основних елементарних функцій та їх застосування. Тригонометричні ряди Фур'є. Умови зображення функції тригонометричним рядом. Амплітудний і фазовий спектри ряду Фур'є.

**Змістовий модуль 7.** Комплексний аналіз.

**Тема 17.** Функції комплексної змінної.

Комплексні числа і дії над ними. Формула Муавра. Послідовності комплексних чисел, обмеженість, збіжність. Поняття функції комплексної змінної (ФКЗ). Границя, неперервність, похідна і аналітичність ФКЗ. Умови Коші-Рімана. Основні елементарні функції комплексної змінної та їх властивості. Інтеграл від ФКЗ. Основна теорема Коші. Формула Коші. Інтеграл типу Коші та його властивості.

**Тема 18.** Ряди функцій комплексної змінної.

Числові ряди з комплексними доданками. Степеневі ряди в комплексній області. Ряди Тейлора і Лорана ФКЗ, їх область збіжності. Розкладення ФКЗ у ряди Тейлора та Лорана. Особливі точки ФКЗ, їх класифікація. Зв'язок між типом ізольованої особливої точки (ІОТ) та характером розкладення функції в ряд Лорана.

**Тема 19.** Елементи теорії лишків.

Лишок аналітичної функції відносно ІОТ. Обчислення лишків відносно ІОТ різних типів. Основна теорема теорії лишків. Обчислення деяких інтегралів від тригонометричних функцій за допомогою лишків.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви тем	Кількість годин				
	Очна форма				
	Усього	у тому числі			
л		п/с	лаб	ср	
1	2	3	4	5	6
<b>I семестр</b>					
<b>Змістовий модуль 1. Вступ до аналізу.</b>					
Тема 1. Дійсні числа і числові послідовності.	12	4	4		4
Тема 2. Границя функції однієї змінної.	18	4	2		12
Тема 3. Неперервні функції.	14	4	4		6
Контрольна робота №1 (КР1)	6		2		4
Разом за змістовим модулем 1	50	12	12		26
<b>Змістовий модуль 2. Диференціальне числення функцій однієї змінної.</b>					
Тема 4. Похідна та диференціал.	18	6	4		8
Тема 5. Основні теореми диференціального числення.	14	4	4		6
Контрольна робота №2 (КР2) .	6		2		4
Тема 6. Дослідження функцій за допомогою похідних.	14	2	2		10
Разом за змістовим модулем 2	52	12	12		28
<b>Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функцій однієї змінної (початок).</b>					
Тема 7. Невизначений інтеграл.	18	6	6		6
Разом за змістовим модулем 3 (початок)	18	6	6		6
<b>Усього годин за 1-й семестр</b>	<b>120</b>	<b>30</b>	<b>30</b>		<b>60</b>
<b>II семестр</b>					
<b>Змістовий модуль 3. Інтегральне числення функцій однієї змінної (продовження).</b>					
Тема 8. Визначений інтеграл.	19	4	3		12
Тема 9. Невласні інтеграли.	11	4	3		4
Контрольна робота №1 (КР1) .	6		2		4
Разом за змістовим модулем 3 (продовж.)	36	8	8		20
<b>Змістовий модуль 4. Диференціальне числення функцій багатьох змінних.</b>					
Тема 10. Функції багатьох змінних.	18	5	4		9
Тема 11. Екстремуми функції багатьох	16	3	2		11



змінних.					
Разом за змістовим модулем 4	34	8	6		20
<b>Змістовий модуль 5. Інтегральне числення функцій багатьох змінних.</b>					
Тема 12. Кратні інтеграли.	20	6	6		8
Тема 13. Криволінійні інтеграли.	12	4	4		4
Тема 14. Поверхневі інтеграли. Формули Стокса та Остроградського.	12	4	4		4
Контрольна робота №2 (КР2) .	6		2		4
Разом за змістовим модулем 5	50	14	16		20
<b>Усього годин за 2-й семестр</b>	<b>120</b>	<b>30</b>	<b>30</b>		<b>60</b>
<b>III семестр</b>					
<b>Змістовий модуль 6. Числові та функціональні ряди.</b>					
Тема 15. Числові ряди.	14	4	3		7
Контрольна робота №1 (КР1) .	5		1		4
Тема 16. Функціональні ряди.	17	6	5		6
Контрольна робота №2 (КР2) .	5		1		4
Разом за змістовим модулем 6	41	10	10		21
<b>Змістовий модуль 7. Комплексний аналіз.</b>					
Тема 17. Функції комплексної змінної.	27	10	8		9
Контрольна робота №3 (КР3) .	6		2		4
Тема 18. Ряди функцій комплексної змінної.	24	6	6		12
Тема 19. Елементи теорії лишків.	22	4	4		14
Разом за змістовим модулем 7	79	20	20		39
<b>Усього годин за 3-й семестр</b>	<b>120</b>	<b>30</b>	<b>30</b>		<b>60</b>
<b>Разом</b>	<b>360</b>	<b>90</b>	<b>90</b>		<b>180</b>

### 5. Теми семінарських занять

Семінарські заняття не передбачені.

### 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
I семестр		
1	Обмежені і необмежені числові множини. Біном Ньютона.	2

2	Обчислення границь послідовностей.	2
3	Обчислення границь функцій.	2
4	Неперервність функції. Класифікація точок розриву.	2
5	Визначні границі. Порівняння нескінченно малих функцій. Еквівалентні функції.	2
6	Контрольна робота №1 (КР1) за темами 1-3.	2
7	Геометричний та фізичний зміст похідної. Обчислення похідних.	2
8	Функції, задані неявно та параметрично, обчислення їх похідних.	2
9	Похідні та диференціали вищих порядків. Правило Лопітала.	2
10	Формула Тейлора.	2
11	Контрольна робота №2 (КР2) за темами 4-5.	2
12	Застосування похідної до дослідження функцій.	2
13	Безпосереднє обчислення невизначених інтегралів.	2
14	Заміна змінної та інтегрування частинами у невизначеному інтегралі.	2
15	Інтегрування раціональних та тригонометричних функцій.	2
	<b>Разом</b>	<b>30</b>
II семестр		
1	Формула Ньютона–Лейбніца. Обчислення визначених інтегралів заміною змінної та інтегруванням частинами,	2
2	Застосування визначеного інтегралу. Обчислення невластних інтегралів 1-го та 2-го роду.	2
3	Дослідження невластних інтегралів на збіжність. Інтеграл Ейлера.	2
4	КР1 за темою 9.	2
5	Неперервність та диференційованість ФБЗ. Частинні похідні та диференціали. Рівняння дотичної площини та нормалі до поверхні. Градієнт та похідна за напрямом.	2
6	Частинні похідні та диференціали складеної ФБЗ. Заміна змінних у диференціальних рівняннях.	2
7	Знаходження екстремумів ФБЗ.	2
8	Властивості та методи обчислення подвійних інтегралів. Заміна змінних, перехід до полярних координат.	2
9	Застосування подвійних інтегралів до задач геометрії та фізики.	2
10	Обчислення та застосування потрійних інтегралів.	2
11	Обчислення криволінійних інтегралів (КІ) 1-го та 2-го роду. Формула Гріна.	2
12	Застосування КІ до розв'язання задач фізики.	2
13	Обчислення поверхневих інтегралів 1-го та 2-го роду.	2
14	Формули Стокса та Остроградського-Гауса. Елементи теорії поля	2
15	КР2 за темами 12-14.	2
	<b>Разом</b>	<b>30</b>
III семестр		
1	Числові ряди: основні означення та приклади. Обчислення суми ряду. Дослідження числових рядів з додатними членами на збіжність.	2

2	Знакозмінні ряди. Дослідження числових рядів на абсолютну та умовну збіжність.	1
3	КР1 за темою 15.	1
4	Функціональні послідовності і ряди.	1
5	Степеневі ряди. Ряди Тейлора та їх застосування.	2
6	Тригонометричні ряди Фур'є та їх застосування.	2
7	КР2 за темою 16.	1
8	Дії з комплексними числами. Границя і неперервність, похідна і аналітичність ФКЗ.	2
8	Основні елементарні функції комплексної змінної та їх властивості.	4
10	Формула Коші та її застосування до обчислення інтегралів від ФКЗ.	2
11	КР1 за темою 17.	2
12	Степеневі ряди в комплексній області. Ряди Тейлора	2
13	Лоранові ряди. Особливі точки ФКЗ та їх класифікація.	4
14	Обчислення лишків відносно ізольованих особливих точок.	2
15	Обчислення деяких інтегралів від ФКЗ за допомогою лишків.	2
	<b>Разом</b>	<b>30</b>

Під час підготовки до практичного заняття студентам необхідно:

- виконати домашнє завдання;
- добре опрацювати лекційний матеріал за темою наступного заняття, знати відповідні означення, теореми, приклади, що розглядались.

## 7. Теми лабораторних занять.

Лабораторні заняття не передбачені.

## 8. Самостійна робота.

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
I семестр		
1	Опрацювання лекційного матеріалу з використанням рекомендованої літератури.	15
2	Підготовка до практичних занять.	15
3	Опрацювання питань з адаптаційного курсу елементарної математики*.	4
4	Підготовка до контрольної роботи №1 (КР1) за темами 1-3.	4
5	Підготовка до контрольної роботи №2 (КР2) за темами 4-5.	4
6	Виконання фронтального домашнього завдання №1 (ФДЗ 1) **.	6
7	Виконання фронтального домашнього завдання №2 (ФДЗ 2) **.	6
8	Виконання фронтального домашнього завдання №3 (ФДЗ 3) **.	6
	<b>Разом</b>	<b>60</b>
II семестр		
1	Опрацювання лекційного матеріалу з використанням рекомендованої літератури.	15

	літератури.	
2	Підготовка до практичних занять.	15
3	Виконання індивідуального домашнього завдання №1 (ІНДЗ 1)*.	6
4	Підготовка до контрольної роботи №1 (КР1) за темою 9.	4
5	Виконання індивідуального домашнього завдання №2 (ІНДЗ 2).	6
6	Підготовка до контрольної роботи №2 (КР2) за темами 12-14.	4
7	Опанування питань для самостійного опрацювання (ПСО)**.	10
	<b>Разом</b>	<b>60</b>
<b>III семестр</b>		
1	Опрацювання лекційного матеріалу з використанням рекомендованої літератури.	15
2	Підготовка до практичних занять.	15
3	Підготовка до контрольної роботи №1 (КР1) за темою 15.	2
4	Підготовка доповіді на тему «Ознаки збіжності числових рядів з доведеннями та прикладами застосувань».	4
5	Підготовка до контрольної роботи №2 (КР2) за темою 16.	2
6	Підготовка до контрольної роботи №3 (КР3) за темою 17.	4
7	Виконання ФДЗ за темами 18-19.	4
8	Підготовка доповіді на тему «Історична сторінка з аналізу».	4
9	Опанування питань для самостійного опрацювання (ПСО)*.	10
	<b>Разом</b>	<b>60</b>

#### I семестр

\* Питання з адаптаційного курсу елементарної математики:

1. Дії з числами. Модуль. Факторіали. Біноміальні коефіцієнти. Прогресії
2. Лінійна функція. Квадратична функція. Многочлени. Степенева функція.
3. Показникова та логарифмічна функції.
4. Тригонометричні та обернені тригонометричні функції

\*\*Тематика фронтальних домашніх завдань (ФДЗ), що виконуються у зимовий час:

ФДЗ 1 «Розв'язання рівнянь та нерівностей. Елементарні функції. Побудова графіків функцій шляхом геометричних перетворень» (тема 2);

ФДЗ 2 «Похідна та її застосування» (тема 6);

ФДЗ 3 «Невизначений інтеграл. Методи інтегрування» (тема 7).

#### II семестр

\*Тематика індивідуальних домашніх завдань (ІНДЗ):

ІНДЗ 1 «Застосування визначеного інтегралу» (тема 8);

ІНДЗ 2 «Екстремуми функції багатьох змінних» (тема 11).

\*\*Питання для самостійного опрацювання (ПСО):

1. Застосування визначеного інтегралу до обчислення роботи, координат центра мас, моментів інерції (тема 8).
2. Лінії та поверхні рівня ФБЗ (тема 10).

3. Необхідна умова існування локального екстремуму ФБЗ (тема 11).
4. Обчислення моментів інерції та координат центра мас плоскої фігури, тіла (тема 12).

### III семестр

\*Питання для самостійного опрацювання (ПСО):

1. Амплітудний і фазовий спектри ряду Фур'є. (тема 16).
2. Послідовності комплексних чисел, обмеженість, збіжність. (тема 17).
3. Числові ряди з комплексними доданками. Степеневі ряди в комплексній області. (тема 18).

Самостійна робота, що виконується за наведеними питаннями (ПСО), перевіряється шляхом співбесіди при розв'язанні задач до відповідних тем і оцінюється в балах поточного контролю.

Окремо оцінюється виконання індивідуальних домашніх завдань, домашніх та аудиторних контрольних робіт (згідно зі шкалою оцінювання п. 12).

Критерії оцінювання виконання самостійної роботи:

- своєчасність виконання;
- глибина розуміння теоретичного матеріалу, що опрацьовується;
- відповідність формальним критеріям (структура, послідовність, логічність, мовна грамотність, якість оформлення письмових робіт тощо);
- добросовісність та коректність при написанні робіт (у разі доведеного плагіату бали за роботу анулюються);
- творчий підхід до постановки і реалізації завдання;
- вміння застосовувати теоретичні знання при розв'язанні практичних задач.

## 9. Методи навчання.

При викладанні дисципліни використовуються словесні та наочні методи навчання. Головним таким методом є лекція. Зокрема, під час проведення лекцій використовуються пояснювально-ілюстративний метод; репродуктивний метод; метод проблемного викладу; частково-пошуковий, або евристичний метод.

Під час практичних занять використовуються репродуктивні методи:

- закріплення вивченого на основі зразка (побудова моделей, розв'язування задач);
- розв'язування задач за алгоритмами конкретних методів;
- вправи,

а також частково-пошуковий, або евристичний метод; дискусійний метод.

Під час самостійної роботи використовується також дослідницький метод.

## 10. Форми контролю і методи оцінювання

Для кожної теми формами контролю навчальних здобутків студентів є **поточний контроль**:

- на лекціях – оцінка активності роботи; аудиторне поточне опитування; конспект;
- на практичних заняттях оцінюється виконання домашніх практичних завдань, самостійна робота з рекомендованою літературою, зокрема за питаннями ПСО; активність роботи на занятті, внесені пропозиції, оригінальні рішення, уточнення, доповнення.

Крім того, змістовні модулі містять аудиторні контрольні роботи, а також індивідуальні домашні завдання. Максимальна кількість балів за кожним видом контролю наведена в п.12.

**Підсумковий семестровий контроль:** іспит.

Форма іспиту – письмово-усна (теоретичні питання, практичне завдання, опитування – співбесіда). Остаточний бал виставляється за кількістю балів поточного, періодичного контролю та за результатами іспиту (згідно зі шкалою оцінювання з п. 12).

### Критерії оцінювання результатів навчання.

Оцінка за національною шкалою	Теоретична підготовка	Практична підготовка
	Здобувач освіти	
Відмінно	у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає під час усних та письмових відповідей; глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; робить самостійні висновки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки; самостійно знаходить додаткову інформацію та використовує її для реалізації поставлених перед ним завдань. Здобувач здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.	глибоко та всебічно розкриває сутність практичних/розрахункових завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу; може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання завдання й оцінити результати власної практичної діяльності; вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу.
Добре	достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу; при представленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій; самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки.	правильно вирішив більшість розрахункових/тестових завдань за зразком; має стійкі навички виконання завдання.

Задовільно	володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків, знає основні поняття навчального матеріалу; має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.	може використовувати знання в стандартних ситуаціях, має елементарні, нестійкі навички виконання завдання. Правильно вирішив половину розрахункових/тестових завдань. Здобувач має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.
Незадовільно з можливістю повторного складання	володіє навчальним матеріалом поверхово й фрагментарно (без аргументації та обґрунтування); безсистемно виокремлює випадкові ознаки вивченого; не вмє робити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки; під час відповіді допускаються суттєві помилки.	недостатньо розкриває сутність практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності, правильно вирішив окремі розрахункові/тестові завдання за допомогою викладача, відсутні сформовані уміння та навички.
Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не володіє навчальним матеріалом	виконує лише елементи завдання, потребує постійної допомоги викладача

## 11. Питання для підсумкового контролю.

### I семестр

1. Множини і операції над ними. Означення основних числових множин. Модуль числа та його властивості. Обмежені множини, точні верхня та нижня межі, теорема про їх існування.
2. Означення границі послідовності та її геометричний сенс, приклади.
3. Властивості збіжних послідовностей (єдиність границі, обмеженість збіжної послідовності; властивості пов'язані з нерівностями, теорема про три границі). Теорема про арифметичні дії над збіжними послідовностями.
4. Нескінченно малі послідовності та їх властивості. Нескінченно великі послідовності та їх зв'язок з нескінченно малими послідовностями.
5. Монотонні послідовності, теорема Вєрштрасса про збіжність монотонної послідовності. Число  $e$ . Поняття підпослідовності, приклади.
6. Означення функції. Основні елементарні функції, їх властивості, графіки. Обернена функція, приклади. Складена функція, приклади.
7. Означення границі функції за Гейне і за Коші, їх еквівалентність. Єдиність границі, локальна обмеженість функції, яка має границю.
8. Границі функцій та арифметичні операції. Граничний перехід та нерівності, теорема про три границі.
9. Односторонні, нескінченні границі, границі на нескінченності та їх геометричний сенс.
10. Означення неперервної функції, його еквівалентні форми. Класифікація точок розриву, приклади. Неперервність та арифметичні операції, неперервність елементарних функцій.

11. Перша теорема Вейерштрасса про обмеженість неперервної функції. Друга теорема Вейерштрасса про досяжність точних верхньої та нижньої меж. Теореми Больцано – Коші, приклади застосування.
12. Визначні границі. Еквівалентні функції та їх застосування до знаходження границь.
13. Задачі, що призводять до означення похідної. Означення похідної. Похідні елементарних функцій. Односторонні похідні.
14. Теорема про арифметичні операції. Похідна композиції. Похідна оберненої функції. Таблиця похідних.
15. Означення диференційованої функції в точці, поняття диференціалу. Неперервність диференційованої функції. Рівняння дотичної до графіка диференційованої функції.
16. Теореми Ферма, Ролля, Коші.
17. Похідні та диференціали вищих порядків. Правила Лопіталя.
18. Формула Тейлора із залишком у формі Пеано, єдиність многочлену Тейлора. Види залишку.
19. Розкладення деяких елементарних функцій за формулою Маклорена, приклади її застосування.
20. Умови сталості, монотонності функції в термінах похідної. Екстремуми функції, необхідні та достатні умови існування екстремумів. Найбільше і найменше значення.
21. Дослідження функції на опуклість. Умови опуклості. Необхідна і достатні умови точки перегину. Асимптоти графіка функції.
22. Первісна. Невизначений інтеграл. Таблиця основних інтегралів. Найпростіші правила інтегрування. Заміна змінної та інтегрування по частинах.
23. Інтегрування раціональних дробів, алгебраїчних ірраціональностей, тригонометричних функцій.

#### II семестр

1. Задачі, що призводять до поняття визначеного інтегралу. Означення інтегралу. Геометричний сенс. Класи функцій, що інтегруються. Основні властивості інтегралу.
2. Інтеграл із змінною верхньою межею. Формула Ньютона-Лейбниця. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Інтегрування частинами.
3. Геометричні та фізичні застосування визначеного інтегралу.
4. Означення і властивості невластних інтегралів 1-го і 2-го роду. Збіжність інтегралів від знакосталих функцій. Абсолютна збіжність. Головне значення в розумінні Коші. Інтеграли, що залежать від параметру. Гамма- та бета-функції Ейлера.
5. Поняття функції декількох змінних. Область визначення. Приріст. Границя. Неперервність. Властивості функцій, неперервних на компактi.
6. Частинні похідні першого та вищих порядків. Диференціювання складеної функції. Похідна неявної функції. Повний диференціал. Похідна за напрямком. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора.
7. Екстремум функції багатьох змінних. Необхідні, достатні умови екстремуму для функції двох змінних.
8. Умовний екстремум. Метод виключення. Метод множників Лагранжа.
9. Подвійний інтеграл у декартових координатах. Означення, властивості, фізичний та геометричний сенс. Теорема Фубіні про зведення кратного інтеграла до повторного. Потрійний інтеграл. Поняття про n-кратні інтеграли.
10. Формула заміни змінних в кратних інтегралах. Геометричний сенс якобіана заміни. Полярні координати. Обчислення інтеграла Ейлера–Пуассона. Циліндричні та сферичні координати.
11. Геометричні та фізичні застосування кратних інтегралів. Обчислення площ і об'ємів. Обчислення моментів і координат центру мас. Дослідження на збіжність і обчислення не-властних кратних інтегралів.
12. Криволінійні інтеграли 1-го та 2-го роду, їх властивості.



13. Незалежність криволінійного інтегралу 2-го роду від вибору шляху інтегрування. Інтегрування повних диференціалів. Формула Гріна.
14. Поверхневі інтеграли 1-го та 2-го роду, їх властивості.
15. Формула Гаусса–Остроградського. Формула Стокса.
16. Скалярні та векторні поля. Набла-символіка Типи скалярних полів. Векторні лінії і векторні трубки. Градієнт скалярного поля в точці. Похідна скалярного поля в точці в напрямі вектора. Диференціальний оператор grad .
17. Потік і дивергенція векторного поля. Диференціальний оператор div. Циркуляція і робота векторного поля. Диференціальний оператор rot .
18. Соленоїдне векторне поле і його векторний потенціал. Закон збереження інтенсивності векторної трубки. Потенціальне поле і його потенціал. Оператор Гамільтона.
19. Диференціальні операції другого порядку. Оператор Лапласа. Гармонічне скалярне поле.

### III семестр

1. Означення числового ряду та його суми. Необхідна умова збіжності. Ознаки збіжності рядів з додатними членами: ознаки порівняння, Даламбера, радикальна та інтегральна ознаки Коші.
2. Абсолютна та умовна збіжність. Ознака Лейбніца. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.
3. Означення функціональної послідовності та ряду, області збіжності, суми функціонального ряду.
4. Рівномірно збіжні функціональні послідовності та ряди, їх властивості. Інтегрування та диференціювання функціональних рядів.
5. Степеневі ряди. Теорема Абеля про збіжність степеневого ряду. Радіус та інтервал збіжності.
6. Ряд Тейлора. Розкладення у ряд Маклорена основних елементарних функцій. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень.
7. Тригонометричні ряди Фур'є. Умови зображення функції тригонометричним рядом. Амплітудний і фазовий спектри ряду Фур'є.
8. Означення комплексного числа, модуля, аргументу, комплексно спряжених чисел.
9. Комплексна площина та геометричне зображення комплексних чисел (КЧ). Дії над КЧ у алгебраїчній та тригонометричній формі.
10. Числові ряди з комплексними доданками: основні означення та властивості.
11. Формули Ейлера. Показникова форма запису КЧ. Формула Муавра.
12. Означення функції комплексної змінної (ФКЗ). Границя та неперервність ФКЗ.
13. Основні елементарні функції комплексної змінної та їх властивості.
14. Похідна ФКЗ. Аналітичні функції. Умови Коші-Рімана.
15. Інтеграл від ФКЗ: означення, властивості, умови існування, методи обчислення.
16. Основна теорема Коші. Формула Коші. Інтеграл типу Коші та його властивості.
17. Ряди Тейлора та Лорана ФКЗ, їх область збіжності.
18. Розкладення функцій ФКЗ у ряди Тейлора та Лорана. Особливі точки ФКЗ та їх класифікація. Зв'язок між головною частиною розвинення функції в ряд Лорана та типом ізольованої особливої точки (ІОТ).
19. Лишок аналітичної функції відносно ІОТ. Обчислення лишків відносно ІОТ.
20. Основна теорема теорії лишків. Обчислення деяких інтегралів від тригонометричних функцій за допомогою лишків.

## 12. Розподіл балів, які отримують студенти.

### I семестр.

Поточний та періодичний контроль				Іспит	Сума балів
Змістовий модуль 1		Змістовий модуль 2			
поточний - 20	КР1 - 15	поточний -20	КР2 -15	30	100

## II семестр.

Поточний та періодичний контроль				Іспит	Сума балів
Змістовий модуль 3		Змістовий модуль 4	Змістовий модуль 5		
ІНД31 - 7	КР1 - 15	ІНД32 - 8	КР2 - 15	25	100
поточний - 10		поточний - 10	поточний - 10		

## III семестр.

Поточний та періодичний контроль				Іспит	Сума балів	
Змістовий модуль 6		Змістовий модуль 7				
поточний - 15	КР1 - 10	КР2 - 10	поточний - 20	КР3 - 15	30	100

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для іспиту
90 – 100	<b>A</b>	відмінно
82-89	<b>B</b>	добре
74-81	<b>C</b>	
64-73	<b>D</b>	задовільно
60-63	<b>E</b>	
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### 13. Навчально-методичне забезпечення

1. Робоча програма навчальної дисципліни.
2. Силабус.
3. Кореновський А. О. Математичний аналіз (елементарний курс) : навч. посіб. Одеса : ОНУ ім. І. І. Мечникова, 2024. – 198 с.
4. Щоголев С. А., Кореновський А. О. Основи вищої математики. Навч. посіб., Т. 2. Ч. 1. – Одеса: ОНУ, 2019. – 244 с.
5. Щоголев С. А., Кореновський А. О. Основи вищої математики. Навч. посіб., Т. 2. Ч. 2. – Одеса: ОНУ, 2019. – 220 с.
6. Щоголев С.А. Інтегральне числення функцій багатьох змінних: Навчально-методичний посібник . Одеса : ОНУ ім. І.І.Мечникова, 2015. 112 с.
7. Щоголев С.А. Елементи теорії функції комплексної змінної: навч.-метод. посіб. Одеса: ОНУ ім. І.І.Мечникова, 2016. 106 с.
8. Коваленко Л.Г. Ряди: метод. вказівки до проведення практик. занять з вищої математики (частина 2) для студентів 1 курсу спеціальності 123 комп'ютерна інженерія. Одеса: ОНУ, 2022. - 39 с.

### 14.Рекомендована література

#### Основна:

1. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. У 2-х ч. Ч. 1. К.: Либідь, 1993. 320 с.

2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної: конспект лекцій (І курс І семестр). / В. О. Гайдей та ін. К: НТУУ «КПІ», 2013. 104 с.
3. Диференціальне та інтегральне числення функцій кількох змінних. Диференціальні рівняння. Конспект лекцій (І курс ІІ семестр) . / В. О. Гайдей та ін. К: НТУУ «КПІ», 2013. 144 с.
4. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної: практикум (І курс І семестр). / В. О. Гайдей та ін. К: НТУУ «КПІ», 2013. 252 с.
5. Дюженкова Л. І., Колесник Т. В., Лященко М. Я., Михалін Г. О., Шкіль М. І. Математичний аналіз у задачах і прикладах. У 2-х ч.: навч. посіб. Київ: Вища шк., 2002.
6. Математичний аналіз: навч. завдання до практ. занять для студентів освітньої програми "комп'ютерна механіка" мех.-мат. факультету (І курс І семестр). / М. О. Назаренко та ін. 2020. 90 с.
7. Чайковський А. В. Навчальні завдання до практичних занять з математичного аналізу для студентів спеціальностей "комп'ютерна механіка" та "комп'ютерна математика" мех.-мат. факультету (І семестр другого курсу). 2018. 76 с.
8. Комплексний аналіз. Приклади і задачі. / В.Г. Самойленко та ін. К.: ВПЦ «Київський університет», 2010.

**Додаткова:**

- 1) Курченко О.О. Диференціальне числення функції однієї змінної: підручник. К., 2014. 238 с.
- 2) Навчальні завдання до практичних занять з математичного аналізу для студентів мех.-мат. факультету (перший семестр першого курсу). / М.О. Денисьєвський та ін. К.: ВПЦ «Київський університет», 2002.
- 3) Навчальні завдання до практичних занять з математичного аналізу для студентів механіко-математичного факультету (другий семестр першого курсу). / М.О. Денисьєвський та ін. К.: ВПЦ «Київський університет», 2004.

## **15.Електронні інформаційні ресурси**

1. <http://lib.onu.edu.ua> – наукова бібліотека ОНУ імені І. І. Мечникова.
2. <http://odnb.odessa.ua> – Одеська національна наукова бібліотека.
3. <http://www.nbuuv.gov.ua> – Бібліотека ім. В.І. Вернадського.
4. <http://korolenko.kharkov.com> – Бібліотека ім. В.Г. Короленко.
5. <https://www.imath.kiev.ua/> – Сайт Інституту математики НАН України.
6. <https://scholar.google.com.ua> – пошук наукової літератури у різних дисциплінах і за різними джерелами, включаючи рецензовані статті, дисертації, книги, реферати та звіти, опубліковані видавництвами наукової літератури, професійними асоціаціями, вищими навчальними закладами та іншими науковими організаціями.