

Для участі в олімпіаді роздрукуйте бланк відповідей. Заповніть його та надішліть скановану копію на адресу [imem@onu.edu.ua](mailto:imem@onu.edu.ua)

Одеський національний університет імені І.І. Мечникова  
Факультет математики, фізики і інформаційних технологій

Бланк відповідей олімпіади з математики

Прізвище ім'я та по батькові \_\_\_\_\_

Адреса електронної пошти (Email) \_\_\_\_\_

Номер мобільного телефону \_\_\_\_\_

У завданнях 1-28 правильну відповідь позначайте **тільки так**:

1	A B V Г Д	2	A B V Г Д	3	A B V Г Д	4	A B V Г Д
5	A B V Г Д	6	A B V Г Д	7	A B V Г Д	8	A B V Г Д
9	A B V Г Д	10	A B V Г Д	11	A B V Г Д	12	A B V Г Д
13	A B V Г Д	14	A B V Г Д	15	A B V Г Д	16	A B V Г Д
17	A B V Г Д	18	A B V Г Д	19	A B V Г Д	20	A B V Г Д
21	A B V Г Д	22	A B V Г Д	23	A B V Г Д	24	A B V Г Д
25	A B V Г Д						

26	A B V Г Д
1	
2	
3	
4	

27	A B V Г Д
1	
2	
3	
4	

28	A B V Г Д
1	
2	
3	
4	

У завданнях 29-36 відповідь запишіть тільки десятковим дробом, враховуючи положення коми, по одній цифрі в кожній клітинці.

29		30		30		32	
33		34		35		36	

### Частина 1.

Завдання 1-25 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише **ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ**. Виберіть правильну, на Вашу думку, відповідь і позначте її у бланку відповідей.

1. Ціну товару знизили на 5 гривень, що відповідає 40 відсоткам початкової ціни товару. Скільки коштує товар після зниження його ціни?

А	Б	В	Г	Д
2 грн.	12 грн. 50 коп.	4 грн.	7 грн. 50 коп.	35 грн.

2. Знайдіть довжину вектора  $\overrightarrow{AB}$ , якщо  $A(-2;-1)$ ,  $B(1;3)$ .

А	Б	В	Г	Д
$ \overrightarrow{AB} =5$	$ \overrightarrow{AB} =\sqrt{5}$	$ \overrightarrow{AB} =4$	$ \overrightarrow{AB} =2$	$ \overrightarrow{AB} =\sqrt{12}$

3. Задано арифметичну прогресію  $a_n$ , для якої перший член  $a_1 = -3$  і третій  $a_3 = 17$ . Знайдіть різницю прогресії  $d$ .

А	Б	В	Г	Д
$d = 20$	$d = 14$	$d = 10$	$d = 7$	$d = -20$

4. Периметр квадрата дорівнює 60 см. Знайдіть його площу.

А	Б	В	Г	Д
$3600 \text{ см}^2$	$225 \text{ см}^2$	$625 \text{ см}^2$	$100 \text{ см}^2$	$900 \text{ см}^2$

5. Відомо, що  $a < b < 0$ . Серед наведених нерівностей укажіть правильну нерівність.

А	Б	В	Г	Д
$0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$	$\frac{1}{b} < \frac{1}{a} < 0$	$\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$	$0 < \frac{1}{b} < \frac{1}{a}$	$\frac{1}{a} < 0 < \frac{1}{b}$

6. Обчисліть  $6,6 \cdot \frac{1}{2} + 6,6 \cdot \frac{1}{3}$ .

А	Б	В	Г	Д
1,1	2,2	3,3	4,4	5,5

7. Спростіть вираз  $\sqrt[6]{\sqrt[3]{a^2}}$ , якщо  $a < 0$ .

А	Б	В	Г	Д
$a$	$-a$	$\sqrt[9]{a}$	$-\sqrt[9]{a}$	$-\sqrt[3]{a}$

8. Скільки всього ребер у куба?

А	Б	В	Г	Д
16	12	8	6	4

9. Після того, як учень на уроці праці зафарбував усі бічні грані правильного тетраедра, цей тетраедр випадково впав на підлогу. Яка ймовірність того, що тетраедр впав на підлогу пофарбованою граню, якщо ймовірність впасти на підлогу для цього тетраедра будь якою граню є однаковою?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$

10. Обчисліть  $\sqrt[3]{64^2} \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{81^3}}$ .

А	Б	В	Г	Д
$\frac{8}{27}$	$\frac{64}{81}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{16}{27}$

11. Знайдіть об'єм паралелепіпеда довжина ширина та висота якого відповідно дорівнюють 3 м., 4 м., 2,5 м. .

А	Б	В	Г	Д
$15 \text{ м}^3$	$9,5 \text{ м}^3$	$14,5 \text{ м}^3$	$30 \text{ м}^3$	$12 \text{ м}^3$

12. Якщо  $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$  і  $\text{tg } \alpha < 0$ , то

А	Б	В	Г	Д
$\cos \alpha = \frac{1}{2}$	$\cos \alpha = -\frac{1}{2}$	$\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos \alpha = 1$

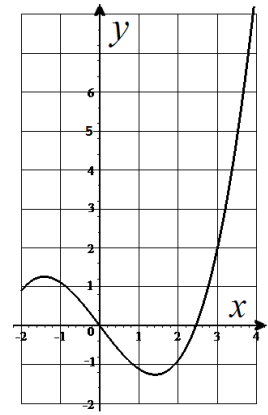
13. Розв'яжіть нерівність  $\log_{0,25} x > 2$ .

А	Б	В	Г	Д
$\left(\frac{1}{16}; +\infty\right)$	$\left(0; \frac{1}{4}\right)$	$\left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$	$\left(-\infty; \frac{1}{16}\right)$	$\left(0; \frac{1}{16}\right)$

14. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо радіус його основи дорівнює 9 см, висота — 12 см.

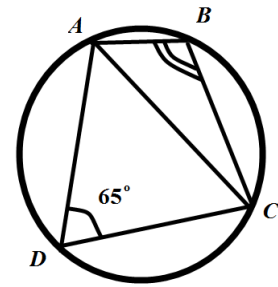
А	Б	В	Г	Д
$21\pi \text{ см}^2$	$135\pi \text{ см}^2$	$108\pi \text{ см}^2$	$144\pi \text{ см}^2$	$225\pi \text{ см}^2$

15. Функція  $y = f(x)$  визначена на всій числовій прямій і є непарною. На рисунку зображено графік цієї функції на відрізку  $[-2; 4]$ . Обчисліть  $f(-3)$ .



А	Б	В	Г	Д
2	-2	3	-3	5

16. Точки  $A, B, C$  і  $D$  лежать на колі (див. рисунок). Знайдіть величину кута  $ABC$ , якщо  $\angle ADC = 65^\circ$ .



А	Б	В	Г	Д
$130^\circ$	$115^\circ$	$155^\circ$	$65^\circ$	$25^\circ$

17. У деякому класі навчається 10 хлопців і 15 дівчат. За якою із наведених формул можна обчислити кількість різних способів скласти з них команду на спортивне змагання, в якій буде п'ять хлопців і п'ять дівчат.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{15! \cdot 10!}{10! \cdot 5! \cdot 5! \cdot 5!}$	$\frac{15! \cdot 10!}{10! \cdot 5!}$	$\frac{10! \cdot 5! \cdot 5! \cdot 5!}{15! \cdot 10!}$	$(5!)^2$	$\frac{15!}{10!}$

18. У книжному магазині придбали 10 однакових підручників і кілька закладок по 2 грн за кожну з них. Яке з наведених чисел може виражати загальну вартість покупки ( $y$  грн)?

А	Б	В	Г	Д
183	122	133	125	145

19. Знайдіть відрізок якому належить додатний корінь рівняння  $6^{x^2-5x-6} = 1$ .

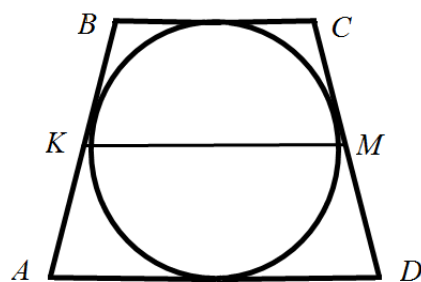
А	Б	В	Г	Д
$(0; 1)$	$[1; 2)$	$[2; 6)$	$[6; 7)$	$[7; +\infty)$

20. Знайдіть відстань від точки  $A(-4; 3; -12)$  до початку координат  $O(0; 0; 0)$ .

А	Б	В	Г	Д
4	13	5	3	12

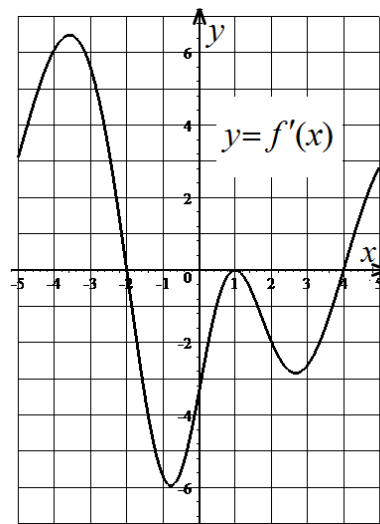
21. Середня лінія  $KM$  трапеції  $ABCD$  описаної навколо деякого кола дорівнює  $10$  см. Знайдіть периметр трапеції  $ABCD$

А	Б	В	Г	Д
10 см.	20 см.	40 см.	50 см.	100 см.



22. На рисунку зображено графік похідної функції  $y = f'(x)$ , яка визначена на проміжку  $(-5;5)$  разом зі своєю похідною. Скільки всього екстремумів має функція  $y = f(x)$  на проміжку  $(-5;5)$ ?

А	Б	В	Г	Д
один	два	три	чотири	п'ять



23. Знайдіть суму усіх двоцифрових чисел які мають остачу три при діленні на п'ять.

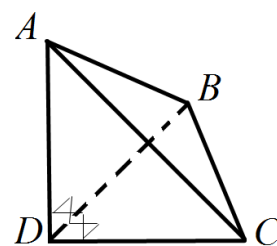
А	Б	В	Г	Д
999	1000	500	533	333

24. У трикутнику  $ABC$  проведена медіана  $AM$ . Знайдіть площу трикутника  $ABC$ , якщо,  $AC = 3\sqrt{2}$ ,  $MC = 5$ ,  $\angle ACM = 45^\circ$ .

А	Б	В	Г	Д
30	7,5	$15\sqrt{3}$	$45\frac{\sqrt{2}}{2}$	15

25. Знайдіть об'єм трикутної піраміди  $ABCD$  у якої ребра  $DA$ ,  $DB$  і  $DC$  взаємно перпендикулярні і дорівнюють  $1$  см.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{12}$ см <sup>3</sup>	3 см <sup>3</sup>	$\frac{1}{6}$ см <sup>3</sup>	1 см <sup>3</sup>	$\frac{1}{3}$ см <sup>3</sup>



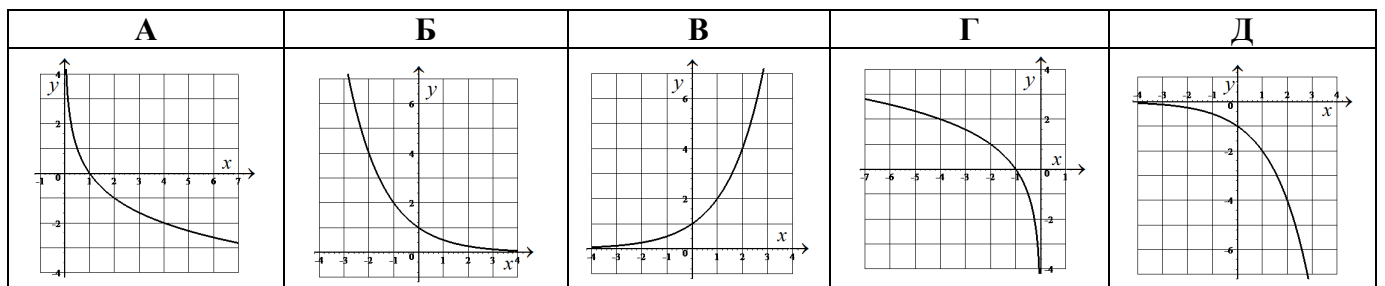
Завдання 26-28 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

26. Установіть відповідність між заданими виразами (1-4) та виразами, що їм тотожно дорівнюють (А-Д).

	А $(3a-1)(9a^2+3a+1)$		А	Б	В	Г	Д
1 $a^3-27$	Б $(a+3)(a^2-3a+9)$	1					
2 $a^3+27$	В $(3a+1)(9a^2-3a+1)$	2					
3 $27a^3-1$	Г $(a-3)(a^2+3a+9)$	3					
4 $1+27a^3$	Д $(a+3)(a^2-6a+9)$	4					

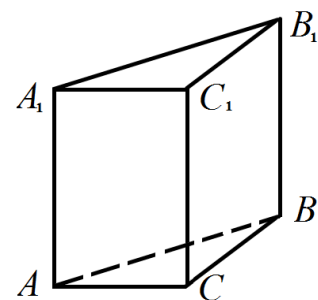
27. Установіть відповідність між заданими функціями (1-4) та ескізами графіків (А-Д).

			А	Б	В	Г	Д
1 $f(x) = \log_2(-x)$		1					
2 $f(x) = \log_{0,5} x$		2					
3 $f(x) = 2^{-x}$		3					
4 $f(x) = -2^x$		4					



28. На малюнку зображена трикутна призма  $ABCA_1B_1C_1$  в основі якої лежить прямокутний трикутник  $ABC$  з прямим кутом  $\angle C$ . Установіть відповідність між значеннями тригонометричними функцій (1-4) та співвідношеннями між ребрами призми (А-Д).

			А	Б	В	Г	Д
1 $\sin \angle B_1A_1C_1$	А $\frac{A_1B_1}{AC}$	1					
2 $\cos \angle BAC$	Б $\frac{AC}{B_1C_1}$	2					
3 $\text{tg} \angle B_1A_1C_1$	В $\frac{CB}{AB}$	3					
4 $\text{ctg} \angle BAC$	Г $\frac{A_1C_1}{A_1B_1}$	4					
	Д $\frac{BC}{AC}$						



**Розв'яжіть завдання 29-36. Одержані відповіді запишіть бланку відповідей десятковими дробами.**

29. Розв'яжіть рівняння  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} 3^{2x+5} = 27^{-1}$ . У відповідь запишіть найменше ціле число, що задовольняє рівнянню. Якщо такого числа немає, то у відповідь запишіть число 100.

*Відповідь:* \_\_\_\_\_

30. Знайдіть значення виразу  $\log_2 6 - \log_2 24$ .

*Відповідь:* \_\_\_\_\_

31. Знайдіть суму найбільшого та найменшого значень функції  $y = 2x^3 - 6x - 2$  на відріжку  $[-1; 3]$ .

*Відповідь:* \_\_\_\_\_

32. Діагоналі рівнобедреної трапеції перпендикулярні. Знайти площу трапеції у  $см^2$ , якщо її середня лінія дорівнює 15  $см$ .

*Відповідь:* \_\_\_\_\_

33. Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями:  $y = x^4 - 8x$ ,  $y = 0$ .

*Відповідь:* \_\_\_\_\_

34. Розв'яжіть систему нерівностей  $\begin{cases} \sqrt{x+2} + \sqrt{x^2+5x+5} \geq 2, \\ x^2 + 6x + 5 \leq 0. \end{cases}$  Якщо тільки одно число

задовольняє системі, то запишіть його у відповідь. Якщо системі задовільне більш ніж одне число, то у відповідь запишіть найбільший цілий розв'язок системи. Якщо система не має жодного цілого розв'язка, то у відповідь запишіть число 100.

*Відповідь:* \_\_\_\_\_

35. Визначте, при якому додатному значенні параметра  $a$  довжина проміжку розв'язків нерівності  $\sqrt{x+a} \geq x$  дорівнює  $2a$ .

*Відповідь:* \_\_\_\_\_

36. Знайдіть діагональ осевого перерізу циліндра, знаючи що об'єм циліндра дорівнює  $240\pi$   $см^3$ , а бічна поверхня  $120\pi$   $см^2$ .

*Відповідь:* \_\_\_\_\_