Шокіна

Затверджено Вченою радою ОНУ
імені І. І. Мечникова
від «20» грудня 2016 р. № 4

Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова
(повна назва вищого навчального закладу)

Кафедра математичного аналізу

«ЗАТВЕРДЖУЮ»
Проректор з науково-педагогічної роботи
_______________ (Хмарський В. М.)
_______________ 2020 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія наближення функцій
(назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти магістр (другий рівень)

Спеціальність 111 Математика
(код і назва спеціальності (тей))

Інститут/факультет математики, фізики та інформаційних технологій
(назва інституту, факультету)

2020–2021

Робоча програма складена на основі навчальної програми з дисципліни
« Теорія наближення функцій ».
(назва навчальної дисципліни)

Розробники: Шанін Р. В., к.ф.-м. н., доцент.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № 1 від «31» серпня 2020 року

Завідувач кафедри ____________ (Кореновський А. О)
(підпис) (прізвище та ініціали)

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) факультету математики, фізики та інформаційних технологій

Протокол № 1 від «15» 09 2020 року

Голова НМК ____________ (Страхов Є. М.)
(підпис) (прізвище та ініціали)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № ____ від «____» ________________ 20____ року

Завідувач кафедри ____________ (______________________________)
(підпис) (прізвище та ініціали)

Переглянуто та затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу

Протокол № ____ від «____» ________________ 20____ року

Завідувач кафедри ____________ (______________________________)
(підпис) (прізвище та ініціали)

1 Опис навчальної дисципліни

<table>
<tr><th rowspan="2">Найменування показників</th><th rowspan="2">Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти</th><th colspan="2">Характеристика навчальної дисципліни</th></tr>
<tr><th>денна форма навчання</th><th>заочна форма навчання</th></tr>
<tr><td rowspan="15">Загальна кількість:
кредитів — 4
годин — 120
залікових модулів — 3
змістових модулів — 3
ІНДЗ* — ____________
(вид завдання)</td><td rowspan="15">Галузь знань
11 Математика та статистика
(шифр і назва)
Спеціальність
111 Математика
(код і назва)
Спеціалізації:
____
(назва)
Рівень вищої освіти:
магістр (другий рівень)</td><td colspan="2">Нормативна / за вибором (ВНЗ/студента)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Рік підготовки:</td></tr>
<tr><td>1-й</td><td>-й</td></tr>
<tr><td colspan="2">Семестр</td></tr>
<tr><td>2-й</td><td>-й</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td>32 год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні, семінарські</td></tr>
<tr><td>16 год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторні</td></tr>
<tr><td>год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>72 год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">у т.ч. ІНДЗ*: — год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Форма підсумкового контролю: екзамен</td></tr>
</table>

* — за наявності

2 Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета. Сформулювати основні задачі теорії наближення, познайомити студентів з основними результатами теорії наближення в просторі неперервних функцій та деякими результатами в просторах функцій, сумовних в деякій степені. Сформувати у студентів загальну та фахову компетентність.

Завдання.

1. Познайомитися з класичними результатами теорій наближення функцій в рівномірній метриці та з деякими результатами теорії наближення в просторах L^p, $p \geq 1$.
2. Познайомитися з класичними результатами теорії інтерполяції, питаннями збіжності та розбіжності інтерполяційних процесів.
3. Надати навички застосування математичного апарату обробки даних теоретичного та експериментального дослідження при вирішенні професійних завдань.
4. Сформувати цілісний математичний апарат сучасного спеціаліста–математика.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

1. Загальних (ЗК):
   (a) ЗК.01 Здатність навчатися та самонавчатися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики;
   (b) ЗК.02 Здатність використовувати в професійній діяльності базові знання з галузі математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
   (c) ЗК.03 Здатність адаптуватися до нових математичних ідей та методів, проявляти творчий (креативний) підхід, ініціативу;
   (d) ЗК.04 Здатність застосовувати професійні математичні знання й уміння на практиці;
   (e) ЗК.05 Здатність вести дослідницьку діяльність, включаючи аналіз проблем, постановку цілей і завдань, вибір способів та методів дослідження, а також оцінку його якості;
   (f) ЗК.06 Здатність ставити та вирішувати задачі на основі абстрактного мислення, аналізу й синтезу.
2. Спеціальних фахових (КФС):
   (a) ФК.01 Спроможність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
   (b) ФК.02 Спроможність представляти математичні міркування та висновки з них з ясністю та точністю у формі, придатній для аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово, а також розуміти математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї ж задачі;
   (c) ФК.03 Спроможність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних;
   (d) ФК.04 Спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
   (e) ФК.08 Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у не математичні контексти.

(Вказуються компетентності, елементи яких формуються, відповідно до стандартів вищої освіти й освітньої програми та їх коди)

Очікувані результати навчання. У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен *знати*: аксіоми, означення, твердження, леми, теореми, критерії, які входять до програми курсу.

вміти: формулювати аксіоми, означення, твердження, леми, теореми, критерії; доводити твердження, леми, теореми, критерії, які входять до програми курсу і які були приведені з доведенням. Розв'язувати вправи з будь-якого задачника для відповідних спеціальностей.

Програмні результати навчання

1. ПРН.01 Відтворювати історичний розвиток математичних знань та парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці, описувати нерозв'язані математичні задачі;
2. ПРН.03 Знати аксіоми різних складових частин математики, принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень у різних складових частинах математики;
3. ПРН.04 Відтворювати базові знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань та для використання математичних методів у обраній професії;
4. ПРН.12 Уміння розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й існуючими моделями
5. ПРН.13 Уміння розв'язувати конкретні математичні задачі, сформульовані в термінах даної предметної області, здійснювати базові перетворення математичних моделей з метою розв'язування математичних та/або прикладних задач;
6. ПРН.14 Уміння застосовувати методи математичного та комплексного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох змінних.

3 Зміст навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Рівномірні наближення.

Тема 1. Задачі теорії наближення, властивості найкращого наближення. Загальні теореми існування і єдиності елемента найкращого наближення.

Тема 2. Рівномірне наближення алгебраїчними і тригонометричними поліномами.

Тема 3. Модуль неперервності та його властивості.

Тема 4. Прямі теореми наближення періодичних функцій.

Тема 5. Обернені теореми наближення періодичних функцій.

Змістовий модуль 2. Наближення в лінійних нормованих просторах.

Тема 6. Наближення поліномами в L^p при $p \geq 1$.

Тема 7. Найкраще наближення в гільбертовому просторі.

Тема 8. Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. Приклади ортогональних систем.

Тема 9. Ортогональні поліноми.

Змістовий модуль 3. Інтерполювання.

Тема 10. Різні види інтерполяції. Теореми про розбіжність інтерполяційного процесу в просторі C.

Тема 11. Збіжність інтерполяційних процесів.

Тема 12. Сплайни: означення та приклади. Наближення кубічними сплайнами дефекту 1 (без доведення).

4 Структура навчальної дисципліни

Назви теми	Кількість годин									
	Денна форма					Заочна форма				
	Усього	у тому числі				Усього	у тому числі			
		л	п/с	лаб	ср		л	п/с	лаб	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Змістовий модуль 1. Рівномірні наближення.										
Тема 1. Задачі теорії наближення, властивості найкращого наближення. Загальні теореми існування і єдиності елемента найкращого наближення.	6	2			4					
Тема 2. Рівномірне наближення алгебраїчними і тригонометричними поліномами.	16	4	4		8					
Тема 3. Модуль неперервності та його властивості.	12	2	4		6					
Тема 4. Прямі теореми наближення періодичних функцій.	10	4			6					
Тема 5. Обернені теореми наближення періодичних функцій.	8	4			4					
Разом за змістовим модулем 1.	52	16	8		28					
Змістовий модуль 2. Наближення в лінійних нормованих просторах.										
Тема 6. Наближення поліномами в L^p при $p \geq 1$.	8	2			6					
Тема 7. Найкраще наближення в гільбертовому просторі.	8	2			6					
Тема 8. Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. Приклади ортогональних систем.	16	4	4		8					
Тема 9. Ортогональні поліноми.	10	2	2		6					
Разом за змістовим модулем 2.	42	10	6		26					
Змістовий модуль 3. Інтерполювання.										
Тема 10. Різні види інтерполяції. Теореми про розбіжність інтерполяційного процесу в просторі C.	10	2	2		6					
Тема 11. Збіжність інтерполяційних процесів.	8	2			6					
Тема 12. Сплайни: означення та приклади. Наближення кубічними сплайнами дефекту 1 (без доведення).	8	2			6					
Разом за змістовим модулем 3.	26	6	2		18					
ІНДЗ*										
Усього годин за семестр	120	32	16		72					

* — за наявності

5 Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.		
2.		

6 Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Задачі теорії наближення, властивості найкращого наближення. Загальні теореми існування і єдиності елемента найкращого наближення.	0
2.	Рівномірне наближення алгебраїчними і тригонометричними поліномами.	4
3.	Модуль неперервності та його властивості.	4
4.	Прямі теореми наближення періодичних функцій.	0
5.	Обернені теореми наближення періодичних функцій.	0
6.	Наближення поліномами в L^p при $p \geq 1$.	0
7.	Найкраще наближення в гільбертовому просторі.	0
8.	Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. Приклади ортогональних систем.	4
9.	Ортогональні поліноми.	2
10.	Різні види інтерполяції. Теореми про розбіжність інтерполяційного процесу в просторі C.	2
11.	Збіжність інтерполяційних процесів.	0
12.	Сплайни: означення та приклади. Наближення кубічними сплайнами дефекту 1 (без доведення).	0
	Всього за семестр	16

7 Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.		
2.		

8 Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Задачі теорії наближення, властивості найкращого наближення. Загальні теореми існування і єдиності елемента найкращого наближення.	4
2.	Рівномірне наближення алгебраїчними і тригонометричними поліномами.	8
3.	Модуль неперервності та його властивості.	6
4.	Прямі теореми наближення періодичних функцій.	6
5.	Обернені теореми наближення періодичних функцій.	4

6.	Наближення поліномами в L^p при $p \geq 1$.	6
7.	Найкраще наближення в гільбертовому просторі.	6
8.	Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. Приклади ортогональних систем.	8
9.	Ортогональні поліноми.	6
10.	Різні види інтерполяції. Теореми про розбіжність інтерполяційного процесу в просторі C.	6
11.	Збіжність інтерполяційних процесів.	6
12.	Сплайни: означення та приклади. Наближення кубічними сплайнами дефекту 1 (без доведення).	6
	Всього за семестр	72

До самостійної роботи відноситься:

1. Підготовка до лекцій, практичних, семінарських, лабораторних занять;
2. Написання рефератів, ессе;
3.

9 Індивідуальне навчально-дослідне завдання

Не передбачено.

10 Методи навчання

1. Пояснювально-ілюстративні методи:
   - лекція;
   - пояснення;
   - інструктаж;
   - самостійне опрацювання літературних джерел;
   - робота з електронними конспектами лекцій та презентаціями.
2. Інформаційно-повідомляючий метод.
3. Репродуктивні методи:
   - закріплення вивченого на основі зразка (побудова моделей, розв'язування задач);
   - розв'язування задач за алгоритмами конкретних методів;
   - вправи;
   - практичні роботи.
4. Дослідницький метод.
5. Метод проблемного викладення (наукового пошуку).

11 Методи контролю

1. Методи усного контролю:
   - фронтальне і індивідуальне усне опитування;
   - усний іспит;
2. Методи письмового контролю:
   - письмові самостійні і контрольні роботи;
   - письмовий іспит.

12 Питання для підсумкового контролю

1. Задачі теорії наближення.
2. Загальні властивості найкращого наближення.
3. Загальні теореми існування і єдності елемента найкращого наближення.
4. Існування елемента найкращого наближення.
5. Теорема Веєрштраса наближення алгебраїчними поліномами.
6. Необхідна умова алгебраїчного полінома найкращого наближення.
7. Чебишовський альтернанс. Критерій алгебраїчного многочлена найкращого наближення.
8. Єдиність алгебраїчного многочлена найкращого наближення.
9. Поліном, що найменше відхиляється від нуля. Поліноми Чебишова.
10. Корні тригонометричного полінома.
11. Існування тригонометричного полінома найкращого наближення.
12. Теорема Веєрштраса наближення тригонометричними поліномами.
13. Необхідна умова тригонометричного полінома найкращого наближення.
14. Чебишовський альтернанс. Критерій тригонометричного полінома найкращого наближення.
15. Єдиність тригонометричного многочлена найкращого наближення.
16. Означення і властивості модуля неперервності. Приклади. Критерій модуля неперервності.
17. Класи функцій, що означаються модулем неперервності.
18. Сингулярні інтеграли. Константи Лебега. Теорема Джексона.
19. Нерівність Бернштейна.
20. Обернені теореми.
21. Існування елемента найкращого наближення в L^p при $p \geq 1$.
22. Критерій елемента найкращого наближення в L^p при $p \geq 1$.
23. Означення ґільбертового простору.
24. Критерій Грама лінійної незалежності системи.
25. Теорема Теплера про елемент найкращого наближення.
26. Означення ряду Фур'є. Нерівність Бесселя.
27. Повні ортогональні та ортонормовані системи. Рівність Парсеваля.
28. Приклади повних ортогональних систем: тригонометрична система, система Хаара, система Уолша.
29. Загальні властивості ортогональних поліномів.
30. Многочлени Якобі.
31. Многочлени Лежандра.
32. Многочлени Чебишова.
33. Постановка задачі інтерполяції. Формула Лагранжа. Формула Ньютона.
34. Інтерполювання з кратними вузлами.
35. Тригонометричне інтерполювання.
36. Теореми Бернштейна і Фабера про існування неперервної функції, для якої поліноми Лагранжа не прямують рівномірно до цієї функції.
37. Теорема Марцинкевича.
38. Приклад Бернштейна.

39. Збіжність в середньому.
40. Інтерполяційний процес Феєра.
41. Сплайни: означення та приклади. Наближення кубічними сплайнами дефекту 1 (без доведення).

13 Розподіл балів, які отримують студенти

<table>
<tr><th colspan="3">Поточний контроль</th><th rowspan="2">Модульний контроль 1</th><th rowspan="2">Модульний контроль 2</th><th rowspan="2">Модульний контроль 3</th><th rowspan="2">Сума балів</th></tr>
<tr><th>Змістовий модуль 1</th><th>Змістовий модуль 2</th><th>Змістовий модуль 3</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td>35</td><td>35</td><td>30</td><td>100</td></tr>
</table>

Шкала оцінювання: національна та ECTS

<table>
<tr><th rowspan="2">Сума балів за всі види навчальної діяльності</th><th rowspan="2">Оцінка ECTS</th><th colspan="2">Оцінка за національною шкалою</th></tr>
<tr><th>для екзамену, курсового проекту (роботи), практики</th><th>для заліку</th></tr>
<tr><td>90–100</td><td>A</td><td>відмінно</td><td rowspan="5">зараховано</td></tr>
<tr><td>85–89</td><td>B</td><td rowspan="2">добре</td></tr>
<tr><td>75–84</td><td>C</td></tr>
<tr><td>70–74</td><td>D</td><td rowspan="2">задовільно</td></tr>
<tr><td>60–69</td><td>E</td></tr>
<tr><td>35–59</td><td>FX</td><td>незадовільно з можливістю повторного складання</td><td>не зараховано з можливістю повторного складання</td></tr>
<tr><td>0–34</td><td>F</td><td>незадовільно з обов’язковим повторним вивченням дисципліни</td><td>не зараховано з обов’язковим повторним вивченням дисципліни</td></tr>
</table>

14 Методичне забезпечення

15 Рекомендована література

Основна

1. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. — Москва: Наука, 1977. — 512 с.
2. Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения. — Москва: Наука, 1976. — 320 с.
3. Натансон И. П. Конструктивная теория функций. — Ленинград: Гос. изд-во технико-теорет. литературы, 1949. — 688 с.

Додаткова

1. Ахиезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. — Москва: Наука, 1965. — 408 с.
2. Бернштейн С. Н. Экстремальные свойства полиномов и наилучшее приближение непрерывных функций одной вещественной переменной. Первая часть. — Ленинград: Главная редакция общетехнической литературы, 1937. — 204 с.

3. Гончаров В. Л. Теория интерполирования и приближения функций. — Москва: ГИТТЛ, 1954. — 328 с.
4. Дуагавет И. К. Введение в теорию приближения функций. — Ленинград: Изд-во Ленингр. ун-та, 1977. — 184 с.
5. Иванов В. И. Введение в теорию приближений: Учеб. пособие. — Тула: ТулГУ, 1999. — 116 с.
6. Корнейчук Н. П. Сплайны в теории приближения. — Москва: Наука, 1984. — 352 с.
7. Корнейчук Н. П. Точные константы в теории приближения. — Москва: Наука, 1987. — 424 с.
8. Попов Б. А. Равномерное приближение сплайнами. — Киев: Наук. думка, 1989. — 272 с.
9. Cheney E. W. and Light W. A Course in Approximation Theory. — Brooks/Cole, 2000.

16 Електронні інформаційні ресурси

1. ...