Лисенко
Вартанич

форма № Н - 3.04

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра математичного аналізу

"ЗАТВЕРДЖУЮ"
Завідувач кафедри (відділення)
____
"___" ________ 20___ року

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Математичний аналіз

(назва навчальної дисципліни)

напрям підготовки 113 – Прикладна математика
(шифр і назва напряму підготовки)

спеціальність Прикладна математика
(шифр і назва спеціальності (тей)

спеціалізація ____________

інституту Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
(назва факультету)

2020 – 2021 навчальний рік

Робоча програма з курсу **Математичний аналіз** для студентів за напрямом підготовки

113 прикладна математика, спеціальністю прикладна математика

Розробники: (вказати авторів, їхні наукові ступені, вчені звання та посади).

Вартанян Григорій Михайлович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математичного аналізу

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри

математичного аналізу

Протокол № 1 від. „31” серпня 2020 р.

Завідувач кафедрою ____________ Кореновський А.О.

(підпис) (Прізвище, ініціали)

Схвалено методичною комісією за напрямом підготовки

113 прикладна математика, спеціальністю прикладна математика

(шифр, назва)

Протокол № 1 від „15” 09 201 р.

Голова ____________ Страхов Е.М.

(підпис) (Прізвище, ініціали)

1. Опис навчальної дисципліни

<table>
<tr><td rowspan="2">Найменування показників</td><td rowspan="2">Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень</td><td colspan="2">Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td>денна форма навчання</td><td>заочна форма навчання</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Кількість кредитів – 15</td><td>Галузь знань
11 Математика і статистика
(шифр і назва)</td><td colspan="2" rowspan="2">Нормативна</td></tr>
<tr><td>Напрям підготовки
113 прикладна математика
(шифр і назва)</td></tr>
<tr><td>Модулів – 6</td><td rowspan="6">Спеціальність (професійне спрямування):
прикладна математика</td><td colspan="2">Рік підготовки:</td></tr>
<tr><td>Змістових модулів – 22</td><td>1-й, 2-й</td><td>-й</td></tr>
<tr><td>Індивідуальне науково-дослідне завдання ___________ (назва)</td><td colspan="2">Семестр</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Загальна кількість годин - 480</td><td>1-й, 2-й, 3-й</td><td>-й</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="10">Тижневих годин для денної форми навчання:
аудиторних – 8, 6, 4
самостійної роботи студента – 6, 4, 3</td><td rowspan="10">Освітньо-кваліфікаційний рівень:
бакалавр</td><td>134 год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні, семінарські</td></tr>
<tr><td>168год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторні</td></tr>
<tr><td>год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>178 год.</td><td>год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">ІНДЗ: год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Вид контролю: екзамен, екзамен, екзамен</td></tr>
</table>

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить (%):

для денної форми навчання –

для заочної форми навчання –

2. Мета дисципліни

Вивчення дисципліни дасть змогу навчитися правильно використовувати основні засоби і методики математичного аналізу, необхідні для подальшої практичної діяльності.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування наступних компетентностей:

ЗК02. Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.

ЗК03. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ЗК07. Здатність до пошуку, оброблення та аналізу інформації з різних джерел,.

ЗК12. Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань ,і взятих обов'язків.

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

ФК03. Здатність обирати та застосовувати математичні методи для розв'язання прикладних задач, аналізу, проектування, керування, прогнозування, прийняття рішень.

ФК12. Здатність до пошуку, систематичного вивчення та аналізу науково-технічної інформації, вітчизняного й закордонного досвіду, пов'язаного із застосуванням математичних методів для дослідження різноманітних процесів, явищ та систем.

3. Місце дисципліни у навчальному процесі

Базовими для курсу математичного аналізу є шкільний курс математики на базі старшої школи. На курсі математичного аналізу базуються будь які курси вищої математики які викладаються на факультеті прикладної математики. Наприклад такими курсами є курси диференціального числення, функціонального аналізу, методів математичної фізики.

4. Знання, уміння та навички студентів.

Знання

- Властивостей дійсних чисел.
- Типів множин.

- Означень точних верхньої та точної нижньої граней числових множин.
- Теореми про існування точної верхньої та точної нижньої граней.
- Формули бінома Ньютона, нерівності Бернуллі.
- Принципу Архімеду.
- Принципу вкладених відрізків.
- Означення компактних множин.
- Означення числових послідовностей.
- Означення границі числової послідовності.
- Означення нескінченно великих та нескінченно малих послідовностей.
- Арифметичних властивостей збіжних послідовностей.
- Теорем про перехід до границі у нерівностях.
- Теореми про три послідовності.
- Леми Больцано - Вейерштрасса про існування збіжної підпослідовності у обмеженої послідовності.
- Означень верхньої та нижньої границі послідовності.
- Критерію Коші збіжності послідовностей.
- Означень монотонних послідовностей.
- Означення числа e.
- Означення зліченої множини.
- Теореми про зліченність множини раціональних чисел та незліченність множини дійсних чисел.
- Означення функції та способів завдання функцій, графік функції.
- Означення границі функції у точці (по Коші та по Гейне), та теореми про їх еквівалентність.
- Теореми про границю складеної функції.
- Означення односторонньої границі.
- Теореми про границі монотонних функцій.
- Властивостей границь функції.
- Означення нескінченно великої та нескінченно малої функції.
- Двох основних границь та наслідків з цих границь.
- Символів ~, O, o.
- Означення неперервності функції у точці (різні форми запису).
- Класифікації точок розриву функції.
- Теореми про неперервність композиції функцій.
- Теореми про неперервність елементарних функцій.
- Теореми Больцано - Коші про корінь та про значення неперервної на сегменті функції.
- Першої та другої теорем Вейерштрасса.
- Умов неперервності монотонної функції.
- Теореми про неперервність оберненої функції.
- Означення рівномірно неперервної функції.
- Теореми Кантора.
- Означення похідної функції у точці.
- Означення диференційованості функції у точці.
- Теореми про необхідну та достатню умову диференційовності функції у точці.
- Геометричного змісту похідної.
- Фізичного змісту похідної.

- Правил знаходження похідних: суми; доданку; частки двох функцій.
- Правила знаходження похідної оберненої функції.
- Правила знаходження похідної складеної функції.
- Правила знаходження похідної функції заданої параметрично.
- Похідних елементарних функцій.
- Означення похідних та диференціалів вищих порядків.
- Арифметичних властивостей похідних вищих порядків.
- Теорем (Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші) про середнє для диференційовних функцій.
- Формули Тейлора з залишковим членом у формі Пеано та у формі Лагранжа.
- Формули Маклорена.
- Розкладень основних елементарних функцій за формулою Маклорена.
- Правила Лопіталя.
- Признаку монотонності функції.
- Необхідних умов локального екстремуму функції.
- Достатніх умов існування у точці локального екстремуму.
- Методів знаходження найбільшого та найменшого значень функції.
- Означення опуклість та означення точки перегину.
- Необхідної та достатньої умови опуклості функції.
- Означення асимптот до графіка функції.
- Правил дослідження функцій та методів побудов графіків функцій.
- Означення первісної функція.
- Означення невизначеного інтегралу.
- Властивостей невизначеного інтеграла.
- Таблиці основних інтегралів.
- Прикладів інтегралів від елементарних функцій, що не виражаються в елементарних функціях.
- Основних методів інтегрування (розкладання, заміни змінної, інтегрування частинами).
- Чотирьох видів найпростіших дробів та способів їх інтегрування.
- Методів розкладання раціональних функцій на найпростіші дроби.
- Випадків та методів інтегрування інтегралів від диференціальних біномів.
- Методів інтегрування деяких тригонометричних функцій.
- Означення інтеграла Рімана.
- Необхідної умови існування інтегралу.
- Означення верхня та нижньої сум Дарбу.
- Властивостей сум Дарбу.
- Умови існування визначеного інтеграла.
- Основних класів функцій, що інтегруються.
- Властивостей визначеного інтеграла.
- Теорем про середнє.
- Означення визначений інтегралу з змінною верхньою межею.
- Теореми про неперервність і диференційовність інтегралу з змінною верхньою межею.
- Формули Ньютона – Лейбніца.
- Теореми про заміна змінної у визначеному інтегралі.

- Формули інтегрування частинами..
- Означення інтегралів з нескінченими межами та інтегралів від нескінчених функцій.
- Застосування основної формули інтегрального числення для невласних інтегралів.
- Критерію збіжності інтегралів у випадку невід'ємної функції.
- Ознаки порівняння в граничній формі та у формі нерівності.
- Ознак Абеля та Діріхле збіжності невласних інтегралів.
- Означення абсолютної збіжності інтегралу.
- Означення умовної збіжності інтегралу.
- Теореми про зв'язок абсолютної та умовної збірностей.
- Формули для знаходження довжина кривої заданої у явному вигляді, параметрично та у полярних координатах.
- Формули для знаходження площі плоскої фігури границя якої задана у явному вигляді, параметрично та у полярних координатах.
- Формули для знаходження об'єму тіла обертання.
- Формули для знаходження площі поверхні обертання.
- Формули для знаходження статичні моменти тіла щодо осей.
- Означення простору R^n.
- Означення та прикладів метрик у просторі R^n.
- Означення околу точок.
- Означення послідовності точок та означення границі послідовності.
- Теореми про зв'язок збіжності послідовності з покоординатною збіжністю.
- Означення відкритої та замкнені множини в Rn.
- Означення компактної множени в R^n.
- Означення функції багатьох змінних.
- Означення вектор функції багатьох змінних.
- Означення границі функції багатьох змінних.
- Означення неперервності функції багатьох змінних.
- Теореми про функції неперервні на компактній множині (Коші про нулі функції та проміжні значення; першої та другої теорем Вейерштрасса).
- Означення рівномірної неперервні функції багатьох змінних.
- Теореми Кантора для функції багатьох змінних.
- Означення частинної похідної функції багатьох змінних.
- Означення диференційовністі функції багатьох змінних.
- Теореми про зв'язок між диференційованістю та існуванням частинних похідних.
- Теореми про диференціювання складної функції.
- Геометричний зміст диференціала функції.
- Означення градієнту та похідної за напрямком.
- Означення частинних похідних та диференціалів вищих порядків.
- Формули Тейлора для функцій багатьох змінних.
- Означення екстремум функцій багатьох змінних.
- Необхідної умови екстремуму функцій багатьох змінних.
- Достатньої умови екстремуму (у термінах квадратичних форм).
- Означення неявні функції.
- Теореми про існування неявної функції (випадок двох та багатьох змінних).

- Означення умовного екстремуму.
- Метод множників Лагранжа для знаходження умовного екстремуму.
- Означення числового ряду.
- Означення збіжності ряду.
- Критерію Коші збіжності числового ряду.
- Необхідної умови збіжності числового ряду.
- Критерію збіжності для рядів з невід'ємними членами.
- Узагальненого гармонічного ряду (випадок його збіжності та розбіжності).
- Теореми порівняння в граничній формі та у формі нерівностей.
- Ознаки Делaмбера та Коші.
- Інтегральної ознаки Маклорена – Коші.
- Означення абсолютної збіжності ряду.
- Означення умовної збіжності ряду.
- Теореми про зв'язок абсолютної та умовної збірностей ряду.
- Теореми Лейбниця для знакопереміжних рядів.
- Ознак Абеля и Діріхле збіжності числового ряду.
- Арифметичних властивостей збіжних рядів.
- Теореми про перестановки членів абсолютно збіжних рядів.
- Теореми Рімана для умовно збіжних рядів.
- Правила перемноження абсолютно збіжних рядів.
- Означення нескінченних добутків.
- Означення збіжності нескінченого добутку.
- Означення функціональної послідовності.
- Означення збіжності та рівномірної збіжності функціональної послідовності.
- Означення функціонального ряду.
- Означення збіжності та рівномірної збіжності функціонального ряду.
- Ознаки Вейерштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду.
- Ознаки Абеля і Діріхле рівномірної збіжності функціонального ряду.
- Теореми про неперервність суми функціонального ряду.
- Теорем про почлене інтегрування та диференціювання рядів.
- Означення степеневого ряду.
- Означення радіусу збіжності степеневого ряду.
- Формул для знаходження радіуса збіжності степеневого ряду.
- Теореми про неперервність суми степеневого ряду.
- Теорем про інтегрування та диференціювання степеневих рядів.
- Теореми про дії над степеневими рядами.
- Розкладень основних елементарних функцій у степеневі ряди.
- Означення ортогональної системи функцій.
- Формул для знаходження коефіцієнтів ряду Фур'є у випадку тригонометричної системи функцій (випадок 2π, та $2l$ періодичної функції) .
- Формула для частинної суми ряду Фур'є у випадку 2π періодичної функції (інтеграл Діріхле).

- Комплексної форми ряду Фур'є та формул для знаходження коефіцієнтів ряду Фур'є у випадку комплексної функції.
- Принципу локалізації.
- Ознак Діні та Ліпшиця збіжності рядів Фур'є.
- Ознаки Діріхле – Жордана збіжності рядів Фур'є.
- Випадків розкладання по косинусам або по синусам.
- Повноти та замкнутості тригонометричної системи.
- Екстремальної властивості рядів Фур'є.
- Нерівності Бесселя та рівності Парсеваля.
- Інтеграла Фур'є.
- Перетворення Фур'є.
- Означення інтеграла залежного від параметра.
- Граничного переходу під знаком інтеграла.
- Теорем про неперервність, інтегрованість та диференційованість за параметром.
- Формули Лейбніца диференційовності за параметром інтегралів що залежать від параметру.
- Інтегралів Дирихле та Эйлера–Пуассона.
- Означення Эйлерових інтегралів (гама–функція; бета–функція).
- Основних властивостей гама і бета функцій.
- Означення подвійного інтеграла Рімана.
- Основних класів функцій що інтегруються за Ріманом.
- Теореми про зведення подвійного інтеграла до повторного у випадках прямокутної і криволінійної областей.
- Механічних додатків подвійних інтегралів.
- Теореми про заміну змінних у подвійних інтегралах.
- Означення потрійних та n - кратних інтегралів Рімана.
- Теореми про зведення потрійного інтеграла до повторного у випадках паралелепіпеду і довільній області.
- Механічних додатків потрійних інтегралів.
- Теореми про заміну змінних у потрійних інтегралах та у n - кратних інтегралах..
- Способів завдання кривих на площині й у просторі.
- Означення криволінійного інтегралу першого роду.
- Теореми про зведення криволінійного інтегралу першого роду до звичайного визначеного інтеграла.
- Означення криволінійного інтегралу другого роду.
- Теореми про зведення криволінійного інтегралу другого роду до звичайного визначеного інтеграла.
- Теореми про зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду.
- Умов незалежності криволінійного інтеграла від шляху.
- Формули для обчислення криволінійного інтеграла через первісну.
- Ознаки точного диференціала.
- Формули Гріна.
- Поняття про поверхню в трьохвимірному просторі і способи завдання поверхонь.
- Означення площі кривої поверхні (приклад Шварца).
- Означення поверхневих інтегралів першого і другого роду.
- Теорем про зведення поверхневих інтегралів першого і другого роду до звичайного подвійного інтеграла.

- Механічних додатків поверхневих інтегралів першого роду.
- Формули для знаходження об'єму через поверхневі інтеграли.
- Формули Стокса.
- Формули Гаусса – Остроградського.
- Означення скалярних та векторних полів.
- Означення градієнту.
- Означення потоку вектора через поверхню.
- Формули Остроградського (у термінах векторного аналізу).
- Означення дивергенції.
- Означення циркуляції вектора.
- Означення вихору.
- Формули Стокса (у термінах векторного аналізу).

Вміння

- Формулювати
  - аксіоми,
  - означення,
  - твердження,
  - леми,
  - теореми,
  - критерії

які входять до програми курсу математичного аналізу **за відповідний семестр, та попередні семестри.**

- Доводити
  - твердження,
  - леми,
  - теореми,
  - критерії

які входять до програми курсу математичного аналізу **за відповідний семестр і які були у цьому семестрі приведені з доведенням.**

- Розв'язувати вправи за матеріал **відповідного семестру** з будь - якого задачника з математичного аналізу для відповідних спеціальностей. Базовими задачниками вважаються:
  - Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М.: Наука., 1977 г.;
  - Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И., Сборник задач по математическому анализу: В 3 т. - М.: Наука., 1984 г., Т. 1, 2, 3.

5. Програма дисципліни "Математичний аналіз"

Семестр 1 (лекції 34 години)

1. Множина. Операції над множинами.

2. Дійсні числа.

Аксіоми дійсних чисел. Властивості дійсних чисел: властивості додавання та множення; властивості впорядкованості; властивості неперервності. Проміжки дійсних чисел. Околи. Внутрішні та граничні точки множин. Відкриті та замкнені множини. Обмежені та необмежені множини. Точна верхня та точна нижня грані числових множин. Теореми про існування точної верхньої та точної нижньої граней. Формула бінома Ньютона, нерівність Бернуллі. Принцип Архімеду. Принцип вкладених відрізків. Покриття. Компактні множини. Лема Бореля.

3. Числові послідовності.

Означення числової послідовності. Означення границі числової послідовності. Единість границі числової послідовності. Обмеженість збіжної послідовності. Нескінченно великі та нескінченно малі послідовності, зв'язок між ними. Арифметичні властивості збіжних послідовностей. Теореми про перехід до границі у нерівностях. Теорема про три послідовності. Підпослідовність числової послідовності. Лема Больцано - Вейерштрасса. Верхня та нижня границя послідовності. Критерій Коші збіжності послідовностей. Монотонні послідовності. Число е.

Злічені множини. Властивості злічених множин. Теореми про зліченність множини раціональних чисел не незліченність множини дійсних чисел.

4. Границя та неперервність функцій.

Означення функції та способи завдання функцій. Означення границі функції у точці (по Коші та по Гейне), теорема про їх еквівалентність. Локальні властивості функцій, що мають скінчену границю. Теорема про границю складеної функції. Односторонні границі. Границі монотонних функцій. Властивості границь функції. Границя композиції функцій. Нескінченно великі та нескінченно малі функції. Основні границі та наслідки з цих границь. Символи $\sim$, O, o.

Означення неперервності функції у точці (різні форми записи). Класифікація точок розриву функції. Неперервність композиції функцій. Неперервність елементарних функцій.

5. Властивості функцій неперервних на проміжку.

Теореми Больцано - Коші про корінь та про значення неперервної на сегменті функції. Перша та друга теореми Вейерштрасса. Умова неперервності монотонної функції. Неперервність оберненої функції. Рівномірно неперервні функції, теорема Кантора.

6. Похідна та диференціал.

Означення похідної функції у точці. Диференційовність. Необхідна та достатня умова диференційовністі функції у точці. Геометричний зміст похідної та диференціала. Правила знаходження похідних: похідна суми; доданку; частки двох функцій. Похідна оберненої функції. Похідна складеної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідні елементарних функцій. Похідні та диференціали вищих порядків. Арифметичні властивості похідних вищих порядків.

Теореми про середнє для диференційовних функцій (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші). Властивості функцій що мають похідну (наслідки до теореми Лагранжа). Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано та у формі Лагранжа. Формула Маклорена. Розкладення основних елементарних функцій за формулою Маклорена. Правило Лопіталя.

7. Дослідження функцій.

Признак монотонності функції. Необхідна умова локального екстремуму функції. Достатня умова локального екстремуму. Знаходження найбільшого та найменшого значень функції. Опуклість та точки перегину. Необхідна та достатня умова опуклості функції. Асимптоти. Побудова графіків функцій.

8. Інтегрування функцій.

Первісна функція. Невизначений інтеграл. Властивість невизначеного інтеграла. Таблиця інтегралів. Приклади інтегралів від елементарних функцій, що не виражаються в елементарних функціях. Основні методи інтегрування (метод розкладання, заміна змінної, інтегрування частинами). Найпростіші дроби та їхнє інтегрування. Розкладання раціональних функцій на найпростіші дроби. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування деяких ірраціональних функцій. Інтеграл від диференціальних біномів. Інтеграли від деяких тригонометричних функцій.

9. Визначений інтеграл.

Означення інтеграла Рімана. Обмеженість функції, що інтегрується. Верхня і нижня суми Дарбу. Властивості сум Дарбу. Умови існування визначеного інтеграла. Класи функцій, що інтегруються. Властивості визначеного інтеграла. Теореми про середнє. Визначений інтеграл з змінною верхньою межею. Неперервність і диференційованість інтеграла по верхній межі. Формула Ньютона - Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.

10. Невласні інтеграли.

Означення інтегралів з нескінченими межами та інтегралів від нескінчених функцій. Застосування основної формули інтегрального числення. Збіжність інтегралів у випадку невід'ємної функції. Ознака порівняння в граничній формі та у формі нерівності. Приклади. Ознаки Абеля та Діріхле збіжності невласних інтегралів.

11. Застосування визначеного інтеграла.

Довжина кривої. Диференціал дуги кривої. Площа плоскої фігури. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання. Статичні моменти тіла щодо осей.

Семестр 2 (лекції 36 годин)

12. Функції багатьох змінних.

Простір R^n. Окіл точок. Границя послідовності. Відкриті і замкнені множини. Компактні множені. Означення функції. Границя і неперервність функцій багатьох змінних. Теореми про функції неперервні на компактній множині. Рівномірно неперервні функції.

13. Диференційовність функцій багатьох змінних.

Частинні похідні. Зв'язок між диференційованістю та існуванням частинних похідних. Диференціювання складної функції. Інваріантість форми першого диференціалу. Геометричний зміст диференціала функції. Градієнт і похідна по напрямку. Частинні похідні і диференціали вищих порядків. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних. Екстремум функцій багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму. Достатня умова екстремуму. Неявні функції. Теорема про існування неявної функції. Диференційовні відображення. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа для знаходження умовного екстремуму.

14. Ряди та нескінченні добутки.

Числові ряди. Означення нескінченого числового ряду. Приклади числових рядів. Збіжні ряди. Критерій Коші збіжності числового ряду. Необхідна умова збіжності числового ряду. Умова збіжності для рядів з невід'ємними членами. Узагальнений гармонічний ряд. Теореми порівняння в граничній формі та у формі нерівностей. Ознака Деламбера та Коші. Ознака Раабе. Ознака Гауса. Інтегральна ознака Маклорена - Коші. Збіжність довільних рядів, абсолютна збіжність. Умовно збіжні ряди. Знакопереміжні ряди. Теорема Лейбница. Приклади. Перетворення Абеля. Признаки Абеля и Діріхле. Приклади. Властивості збіжних рядів. Теорема про перестановки членів абсолютно збіжних рядів. Теорема Римана. Перемноження абсолютно збіжних рядів. Приклади. Повторні ряди. Нескінченні добутки. Критерій Коши збіжності нескінченних добудків. Зв'язок з рядами.

Функціональні послідовності та ряди. Рівномірна та нерівномірна збіжність. Умова рівномірної збіжності. Ознака рівномірної збіжності. Ознака Вейерштрасса. Ознака Абеля і ознака Діріхле. Неперервність суми ряду. Почленний перехід до границі. Почленне інтегрування та диференціювання рядів. Приклади. Степеневі ряди. Проміжки збіжності степеневого ряду. Радіус збіжності степеневого ряду. Знаходження радіуса збіжності степеневого ряду. Неперервність суми степеневого ряду. Інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Дії над степеневими рядами. Розкладення елементарних функцій у степеневі ряди. Наближені обчислення за допомогою рядів.

15. Ряди Фур'є.

Ортогональні системи функцій. Розкладення функції у ряд Фур'є. Формули для знаходження коефіцієнтів ряду Фур'є у випадку тригонометричної системи функцій. Інтеграл Діріхле. Перша основна лема. Принцип локалізації. Ознаки Діні та Ліпшиця збіжності рядів Фур'є. Друга основна лема. Ознака Діріхле - Жордана. Випадок довільного проміжку. Розкладання по косинусам або по синусам. Почленне інтегрування та диференціювання рядів Фур'є. Повнота та замкнутість тригонометричної системи. Екстремальна властивість рядів Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля. Інтеграл Фур'є та перетворення Фур'є.

16. Інтеграли, що залежать від параметра.

Означення інтеграла залежного від параметра. Рівномірна збіжність до граничної функції. Граничний перехід під знаком інтеграла. Неперервність, інтегрування і диференціювання за параметром. Неперервність і диференційовність за параметром у випадку, коли межі інтегрування залежать від параметра. Невласні інтеграли залежні від параметра. Означення рівномірної збіжності невласних інтегралів. Ознаки рівномірної збіжності. Зв'язок з рядами. Граничний перехід під знаком інтеграла. Неперервність і диференційованість невласного інтеграла за параметром. Інтегрування невласного інтеграла за параметром. Обчислення інтегралів Дирихле та Эйлера–Пуассона. Эйлерові інтеграли: гама–функція; бета–функція, їхні основні властивості.

Семестр 3 (лекції 34 години)

17. Інтегрування функцій декількох змінних.

Означення подвійного інтеграла Рімана. Умови існування подвійного інтеграла. Класи функцій що інтегруються за Ріманом. Зведення подвійного інтеграла до повторного, випадки прямокутної і криволінійної областей. Механічні додатки подвійних інтегралів. Перетворення плоских областей. Вираження площі в

криволінійних координатах. Заміна змінних у подвійних інтегралах. Інтеграл по орієнтованій області.
Потрійні і n - кратні інтеграли Рімана. Задача про обчислення маси тіла. Умови існування потрійного інтеграла. Властивості потрійних інтегралів. Обчислення потрійного інтеграла по паралелепіпеду і довільній області. Механічні додатки потрійних інтегралів. Перетворення просторів і криволінійні координати. Вираження об'єму у криволінійних координатах. Заміна змінних у потрійних інтегралах. Об'єм n - вимірного тіла, приклади. Означення n - кратного інтеграла. Заміна змінних у n - кратних інтегралах.

18. Криволінійні і поверхневі інтеграли.

Способи завдання кривих на площині й у просторі. Дотична і нормаль. Кривизна і радіус кривизни. Криволінійні інтеграли першого роду. Зведення до звичайного визначеного інтеграла. Криволінійні інтеграли другого роду. Існування й обчислення криволінійного інтеграла другого роду. Випадок замкнутого контуру. Орієнтація площини. Обчислення площі за допомогою криволінійних інтегралів. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду. Умова незалежності криволінійного інтеграла від шляху. Обчислення криволінійного інтеграла через первісну. Ознаки точного диференціала. Знаходження первісної функції. Формула Гріна. Додаток формули Гріна до дослідження криволінійних інтегралів.
Поняття про поверхню в трьохвимірному просторі і способи завдання поверхонь. Сторона поверхні. Орієнтація поверхонь і простору. Дотична площина і нормаль до поверхні. Площа кривої поверхні, приклад Шварца. Перша і друга квадратичні форми поверхонь. Поверхневі інтеграли першого і другого роду. Зведення до звичайного подвійного інтеграла. Механічні додатки поверхневих інтегралів першого типу. Вираження об'єму через поверхневі інтеграли. Формула Стокса. Додаток формули Стокса до дослідження криволінійних інтегралів у просторі. Формула Гаусса - Остроградского. Додаток формули Гаусса - Остроградского до дослідження поверхневих інтегралів.

19. Елементи векторного аналізу.

Скалярні і векторні поля. Градієнт. Потік вектора через поверхню. Формула Остроградского. Дивергенція. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Вихор.

6. Теми практичних занять

<table>
<tr><td rowspan="2">№ з/п</td><td rowspan="2">Тема</td><td colspan="3">Обсяг, год</td><td rowspan="2">Форма контролю</td></tr>
<tr><td>Денна</td><td>Заочна</td><td>Дистанційна</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td colspan="6">Перший семестр</td></tr>
<tr><td>1.</td><td>Дійсні числа. Аксіоми дійсних чисел. Властивості дійсних чисел:</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

	властивості додавання та множення; властивості впорядкованості; властивості неперервності. Проміжки дійсних чисел. Околи. Внутрішні та граничні точки множин. Відкриті та замкнені множини. Обмежені та необмежені множини.				
2.	Точна верхня та точна нижня грані числових множин. Теореми про існування точної верхньої та точної нижньої граней. Формула бінома Ньютона, нерівність Бернуллі. Принцип Архімеду.	2			
3.	Принцип вкладених відрізків. Покриття. Компактні множини. Лема Бореля.	2			
4.	Числові послідовності. Означення числової послідовності. Означення границі числової послідовності. Єдиність границі числової послідовності. Обмеженість збіжної послідовності.	2			
5.	Нескінченно великі та нескінченно малі послідовності, зв'язок між ними. Арифметичні властивості збіжних послідовностей. Теореми про перехід до границі у нерівностях. Теорема про три послідовності. Підпослідовність числової послідовності. Лема Больцано - Вейерштрасса. Верхня та нижня границя послідовності. Критерій Коші збіжності послідовностей.	2			
6.	Монотонні послідовності. Число е.	2			
7.	Злічені множини. Властивості злічених множин. Теореми про зліченність множини раціональних чисел не незліченність множини дійсних чисел.	2			
8.	Границя та неперервність функцій. Означення функції та способи завдання функцій. Означення границі функції у точці (по Коші та по Гейне), теорема про їх еквівалентність. Локальні властивості функцій, що мають скінчену границю.	2			
9.	Теорема про границю складеної	2			

	функції. Односторонні границі. Границі монотонних функцій. Властивості границь функції. Границя композиції функцій.				
10.	Нескінченно великі та нескінченно малі функції. Основні границі та наслідки з цих границь. Символи ~, O, o.	2			
11.	Означення неперервності функції у точці (різні форми записи). Класифікація точок розриву функції. Неперервність композиції функцій. Неперервність елементарних функцій.	2			
12.	Властивості функцій неперервних на проміжку. Теореми Больцано - Коші про корінь та про значення неперервної на сегменті функції. Перша та друга теореми Вейерштрасса.	2			
13.	Умова неперервності монотонної функції. Неперервність оберненої функції. Рівномірно неперервні функції, теорема Кантора.	2			
14.	Похідна та диференціал. Означення похідної функції у точці. Диференційовність. Необхідна та достатня умова диференційовності функції у точці. Геометричний зміст похідної та диференціала.	2			
15.	Правила знаходження похідних: похідна суми; доданку; частки двох функцій. Похідна оберненої функції. Похідна складеної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідні елементарних функцій.	2			
16.	Похідні та диференціали вищих порядків. Арифметичні властивості похідних вищих порядків.	2			
17.	Теореми про середнє для диференційовних функцій (теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші).	2			
18.	Властивості функцій що мають похідну (наслідки до теореми Лагранжа).	2			
19.	Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано та у формі	2			

	Лагранжа.				
20.	Формула Маклорена. Розкладення основних елементарних функцій за формулою Маклорена.	2			
21.	Правило Лопіталя (випадок 0/0).	2			
22.	Правило Лопіталя (випадок ∞/∞).	2			
23.	Дослідження функцій. Признак монотонності функції. Необхідна умова локального екстремуму функції.	2			
24.	Достатня умова локального екстремуму. Знаходження найбільшого та найменшого значень функції.	2			
25.	Опуклість та точки перегину. Необхідна та достатня умова опуклості функції. Асимптоти. Побудова графіків функцій.	2			
26.	Інтегрування функцій. Первісна функція. Невизначений інтеграл. Властивість невизначеного інтеграла.	2			
27.	Таблиця інтегралів. Приклади інтегралів від елементарних функцій, що не виражаються в елементарних функціях.	2			
28.	Основні методи інтегрування (метод розкладання, заміна змінної, інтегрування частинами). Найпростіші дроби та їхнє інтегрування. Розкладання раціональних функцій на найпростіші дроби.	2			
29.	Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування деяких ірраціональних функцій.	2			
30.	Інтеграл від диференціальних біномів. Інтеграли від деяких тригонометричних функцій.	2			
31.	Визначений інтеграл. Означення інтеграла Рімана. Обмеженість функції, що інтегрується. Верхня і нижня суми Дарбу. Властивості сум Дарбу. Умови існування визначеного інтеграла.	2			
32.	Класи функцій, що інтегруються. Властивості визначеного інтеграла. Теореми про середнє.	2			
33.	Визначений інтеграл з змінною верхньою межею. Неперервність і диференційованість інтеграла по верхній межі. Формула Ньютона -	2			

	Лейбніца. Заміна змінної у визначеному інтегралі. Формула інтегрування частинами.				
34.	Невласні інтеграли. Означення інтегралів з нескінченими межами та інтегралів від нескінчених функцій. Застосування основної формули інтегрального числення. Збіжність інтегралів у випадку невід'ємної функції.	2			
35.	Ознака порівняння в граничній формі та у формі нерівності. Приклади. Ознаки Абеля та Діріхле збіжності невласних інтегралів.	2			
36.	Застосування визначеного інтеграла. Довжина кривої. Диференціал дуги кривої. Площа плоскої фігури. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання. Статичні моменти тіла щодо осей.	2			
Другий семестр					
1.	Функції багатьох змінних. Простір Rn. Окіл точок. Границя послідовності. Відкриті і замкнені множини. Компактні множені. Означення функції. Границя і неперервність функцій багатьох змінних. Теореми про функції неперервні на компактній множині. Рівномірно неперервні функції.	2			
2.	Диференційовність функцій багатьох змінних. Частинні похідні. Зв'язок між диференційованістю та існуванням частинних похідних. Диференціювання складної функції. Інваріантість форми першого диференціалу.	2			
3.	Геометричний зміст диференціала функції. Градієнт і похідна по напрямку. Частинні похідні і диференціали вищих порядків.	2			
4.	Формула Тейлора для функцій багатьох змінних. Екстремум функцій багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму.	2			

	Достатня умова екстремуму. Неявні функції. Теорема про існування неявної функції. Диференційовні відображення. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа для знаходження умовного екстремуму.				
5.	Ряди та нескінченні добутки. Числові ряди. Означення нескінченого числового ряду. Приклади числових рядів. Збіжні ряди. Критерій Коші збіжності числового ряду. Необхідна умова збіжності числового ряду. Умова збіжності для рядів з невід'ємними членами. Узагальнений гармонічний ряд. Теореми порівняння в граничній формі та у формі нерівностей.	2			
6.	Ознака Деламбера та Коші. Ознака Раабе. Ознака Гауса. Інтегральна ознака Маклорена - Коші.	2			
7.	Збіжність довільних рядів, абсолютна збіжність. Умовно збіжні ряди. Знакопереміжні ряди. Теорема Лейбница. Приклади. Перетворення Абеля. Признаки Абеля и Діріхле. Приклади.	2			
8.	Властивості збіжних рядів. Теорема про перестановки членів абсолютно збіжних рядів. Теорема Римана. Перемноження абсолютно збіжних рядів. Приклади. Повторні ряди. Нескінченні добутки. Критерій Коши збіжності нескінчених добудків. Зв'язок з рядами.	2			
9.	Функціональні послідовності та ряди. Рівномірна та нерівномірна збіжність. Умова рівномірної збіжності. Ознака рівномірної збіжності. Ознака Вейерштрасса. Ознака Абеля і ознака Діріхле. Неперервність суми ряду. Почленний перехід до границі. Почленне інтегрування та диференціювання рядів. Приклади.	2			
10.	Степеневі ряди. Проміжки збіжності степеневого ряду. Радіус збіжності степеневого	2			

	ряду. Знаходження радіуса збіжності степеневого ряду. Неперервність суми степеневого ряду. Інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Дії над степеневими рядами. Розкладення елементарних функцій у степеневі ряди. Наближені обчислення за допомогою рядів.				
11.	Ряди Фур'є. Ортогональні системи функцій. Розкладення функції у ряд Фур'є. Формули для знаходження коефіцієнтів ряду Фур'є у випадку тригонометричної системи функцій. Інтеграл Діріхле. Перша основна лема. Принцип локалізації. Ознаки Діні та Ліпшиця збіжності рядів Фур'є.	2			
12.	Друга основна лема. Ознака Діріхле - Жордана. Випадок довільного проміжку. Розкладання по косинусам або по синусам. Почленне інтегрування та диференціювання рядів Фур'є.	2			
13.	Повнота та замкнутість тригонометричної системи. Екстремальна властивість рядів Фур'є. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля. Інтеграл Фур'є та перетворення Фур'є.	2			
14.	Інтеграли, що залежать від параметра. Означення інтеграла залежного від параметра. Рівномірна збіжність до граничної функції. Граничний перехід під знаком інтеграла. Неперервність, інтегрування і диференціювання за параметром. Неперервність і диференційовність за параметром у випадку, коли межі інтегрування залежать від параметра.	2			
15.	Невласні інтеграли залежні від параметра. Означення рівномірної збіжності невласних інтегралів. Ознаки рівномірної збіжності. Зв'язок з рядами.	2			
16.	Граничний перехід під знаком інтеграла. Неперервність і диференційованість невласного інтеграла за параметром.	2			

	Інтегрування невласного інтеграла за параметром. Обчислення інтегралів Дирихле та Эйлера–Пуассона.				
17.	Эйлерові інтеграли: гама–функція; бета–функція, їхні основні властивості.	2			
Третій семестр					
1.	Інтегрування функцій декількох змінних. Означення подвійного інтеграла Рімана. Умови існування подвійного інтеграла. Класи функцій що інтегруються за Ріманом.	2			
2.	Зведення подвійного інтеграла до повторного, випадки прямокутної і криволінійної областей. Механічні додатки подвійних інтегралів.	2			
3.	Перетворення плоских областей. Вираження площі в криволінійних координатах.	2			
4.	Заміна змінних у подвійних інтегралах. Інтеграл по орієнтованій області.	2			
5.	Потрійні і n - кратні інтеграли Рімана. Задача про обчислення маси тіла. Умови існування потрійного інтеграла. Властивості потрійних інтегралів.	2			
6.	Обчислення потрійного інтеграла по паралелепіпеду і довільній області. Механічні додатки потрійних інтегралів.	2			
7.	Перетворення просторів і криволінійні координати. Вираження об’єму у криволінійних координатах. Заміна змінних у потрійних інтегралах.	2			
8.	Об’єм n - вимірного тіла, приклади. Означення n - кратного інтеграла. Заміна змінних у n - кратних інтегралах.	2			
9.	Криволінійні і поверхневі інтеграли. Способи завдання кривих на площині й у просторі. Дотична і нормаль. Кривизна і радіус кривизни.	2			

10.	Криволінійні інтеграли першого роду. Зведення до звичайного визначеного інтеграла.	2			
11.	Криволінійні інтеграли другого роду. Існування й обчислення криволінійного інтеграла другого роду. Випадок замкнутого контуру.	2			
12.	Орієнтація площини. Обчислення площі за допомогою криволінійних інтегралів. Зв'язок між криволінійними інтегралами першого і другого роду.	2			
13.	Умова незалежності криволінійного інтеграла від шляху. Обчислення криволінійного інтеграла через первісну.	2			
14.	Ознаки точного диференціала. Знаходження первісної функції.	2			
15.	Формула Гріна. Додаток формули Гріна до дослідження криволінійних інтегралів.	2			
16.	Поняття про поверхню в трьохвимірному просторі і способи завдання поверхонь. Сторона поверхні. Орієнтація поверхонь і простору. Дотична площина і нормаль до поверхні.	2			
17.	Площа кривої поверхні, приклад Шварца. Перша і друга квадратичні форми поверхонь.	2			
18.	Поверхневі інтеграли першого і другого роду. Зведення до звичайного подвійного інтеграла. Механічні додатки поверхневих інтегралів першого типу. Вираження об'єму через поверхневі інтеграли.	2			
19.	Формула Стокса. Додаток формули Стокса до дослідження криволінійних інтегралів у просторі.	2			
20.	Формула Гаусса - Остроградского. Додаток формули Гаусса - Остроградского до дослідження поверхневих інтегралів.	2			
21.	Елементи векторного аналізу. Скалярні і векторні поля.	2			
22.	Градієнт. Потік вектора через поверхню. Формула Остроградского. Дивергенція.	2			

23.	Циркуляція вектора. Формула Стокса. Вихор.	2			

7. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин				
	Денна форма				
	Форма контролю	усього	у тому числі		
			л	практ	ср
1	2	3	4	5	6
І семестр. І модуль.					
Тема 1.Множина дійсних чисел	ІЗ	10	4	2	4
Тема 2. Числові послідовності	ІЗ	24	6	8	10
Тема 3. Границя та неперервність функцій	ІЗ	24	6	8	10
Тема 4. Властивості функцій неперервних на проміжку	ІЗ	14	4	4	6
Тема 5. Похідна та диференціал	ІЗ	60	16	20	24
Тема 6. Дослідження функцій	ІЗ	26	6	8	12
Всього годин		158	42	50	66
І семестр. ІІ модуль.					
Тема 1. Інтегрування функцій	ІЗ	44	12	14	18
Тема 2. Визначений інтеграл	ІЗ	38	8	12	18
Тема 3. Невласні інтеграли	ІЗ	26	6	8	12
Тема 4. Застосування визначеного інтегралу	ІЗ	24	4	8	12
Всього годин		132	30	42	60
ІІ семестр. І модуль.					
Тема 1. Функції багатьох змінних	ІЗ	12	2	4	6
Тема 2. Диференційованість функцій багатьох змінних	ІЗ	24	6	8	10
Тема 3. Ряди та нескінченні здобутки	ІЗ	36	12	12	12
Всього годин		72	20	24	28
ІІ семестр. ІІ модуль.					
Тема 1. Ряди Фур`є	ІЗ	18	6	6	6
Тема 2. Інтеграли, що залежать від параметру	ІЗ	28	8	10	10
Всього годин		46	14	16	16
ІІІ семестр. І модуль.					
Тема 1. Інтегрування групи багатьох змінних	ІЗ	44	16	12	16
Тема 2. Заміна змінної у кратному інтегралі	ІЗ	14	6	2	6
Тема 3. Застосування кратних інтегралів	ІЗ	14	6	2	6
Всього годин		72	28	16	28
ІІІ семестр. ІІ модуль.					
Тема 1. Криволінійні інтеграли	ІЗ	24	6	10	8
Тема 2. Поверхневі інтеграли	ІЗ	20	6	6	8
Тема 3. Елементи векторного аналізу	ІЗ	18	6	4	8
Всього годин		62	18	20	24

Форма контролю: КО – контрольне опитування (поточне),
ІЗ – індивідуальне завдання (аудиторна письмова контрольна робота)

8. Методи навчання

Метод проблемного викладення (наукового пошуку)

Пояснювально-ілюстративні методи:
- лекція
- пояснення
- інструктаж
- самостійне опрацювання літературних джерел
- робота з електронними конспектами лекцій та презентаціями

Інформаційно – повідомляючий метод

Наочні методи(презентації, ілюстрації)

Репродуктивні методи:
- закріплення вивченого на основі зразка (побудова моделей, розв'язування задач)
- розв'язування задач за алгоритмами конкретних методів
- вправи
- лабораторні роботи
- практичні роботи

Дослідницький метод

Методи формування і стимулювання пізнавальної діяльності:
- пізнавальні ігри
- навчальні дискусії
- аналіз життєвих ситуацій

9. Методи контролю

Методи усного контролю:
- фронтальне і індивідуальне усне опитування
- усний іспит

Методи письмового контролю:
- письмові самостійні і контрольні роботи
- тести
- письмовий іспит

10. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування (I семестр)		Сума
Змістовний модуль 1	Змістовний модуль 2	
40	60	**100**

Поточне тестування (II семестр)		Сума
Змістовний модуль 1	Змістовний модуль 2	
60	40	**100**

Поточне тестування (III семестр)		Сума
Змістовний модуль 1	Змістовний модуль 2	
50	50	**100**

10. Рекомендована література

10.1. Основна література

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 3 т. - М.: Наука., 1966 г., Т. 1.
2. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: В 2 т. - М.: Физматлит., 2002 г., Т. 1, 2.
3. Дороговцев А.Я. Математичний аналіз. Ч.1,2. Київ, "Либідь", 1993, 1994.
4. Шиманский Ш.Є. Математичний аналіз. - К.: Рад. шк.., 1966 р.,
5. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа: В 3 т. - М. Высш. шк., 1988 г., Т. 1, 2, 3.
6. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М.: Наука., 1977 г.стат., 1989.

10.2. Додаткова (Допоміжна) література

1. Никольский С.М. Курс математического анализа: В 2 т. - М.: Наука., 1991 г., Т. 1.
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.1, 2. Учебник для ВУЗов. 2002 г.
3. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И., Сборник задач по математическому анализу: В 3 т. - М.: Наука., 1984 г., Т. 1, 2, 3.

11. Перелік контрольних, екзаменаційних (залікових) питань

Семестр перший:

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 1

1. Теорема про зліченність множини раціональних чисел. 2. Правило Лопіталя невизначеності виду ∞/∞.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 2

1. Теорема про незліченність множини дійсних чисел. 2. Правило Лопіталя невизначеності виду 0/0.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 3

1. Означення неперервності функції у точці. Класифікація точок розриву функції. 2. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Лагранжа.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 4

1. Неперервність функції. Властивості неперервних функцій. 2. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано. Формула Маклорена. Розкладення основних елементарних функцій за формулою Маклорена.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 5

1. Означення та неперервність функцій $\sin x$, $\cos x$. Означення обернених функцій $\arcsin x$ і $\arccos x$. Графіки функцій $\arcsin(\sin x)$ та $\sin(\arcsin x)$. 2. Означення монотонності функції в точці та на множені. Зв'язок між цими означеннями. Достатні ознаки монотонності функції на інтервалі та сегменті у термінах похідної.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 6

1. Односторонні границі. Границі монотонних функцій. Теорема про зліченність множени

точок розриву монотонних функцій. 2. Інваріантність форми першого диференціала. Похідні елементарних функцій: $x^n, x^\alpha, a^x, \ln x, \sin x, \cos x, n$ ON, α OR, $a > 0$, a №.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 7

1. Означення інтеграла Рімана. Обмеженість функції, що інтегрується. Верхня і нижня суми Дарбу. Властивості сум Дарбу. Умови існування визначеного інтеграла. 2. Опуклість та точки перегину. Ознаки опуклості у термінах першої та другої похідної

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 8

1. Означення інтеграла Рімана. Класи функцій, що інтегруються. Теореми про середнє. Для визначеного інтегралу. 2. Теореми про середнє для диференційовних функцій. Доведення теореми Ферма.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 9

1. Визначений інтеграл з змінною верхньою межею. Неперервність і диференційованість інтеграла по верхній межі. Формула Ньютона - Лейбніца. 2. Теореми про середнє для диференційовних функцій. Доведення теореми Ролля.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 10

1. Означення монотонності функції в точці і на множені. Умова неперервності монотонної функції. 2. Найпростіші дроби та їхнє інтегрування. Розкладання раціональних функцій на найпростіші дроби. Інтегрування раціональних функцій.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 11

1. Означення і неперервність функцій $a^x, \log_a x, a > 0$, a №. 2. Теореми про середнє для диференційовних функцій. Доведення теореми Коші.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 12

1. Рівномірно неперервні функції, теорема Кантора. 2. Диференційовність. Необхідна та достатня умова диференційовністі функції у точці.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 13

1. Означення монотонності функції в точці та на множені. Границі монотонних функцій. 2. Означення локального екстремуму функції. Достатні умови локального екстремуму.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 14

1. Означення оберненої функції. Умова існування оберненої функції. Теорема про

неперервність оберненої функції. Приклади обернених функцій.

2. Правила знаходження похідних: похідна суми; доданку; частки двох функцій.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 15

1. Теорема про існування неперервність і диференційовність оберненої функції.

Похідні функцій $\arcsin x, \arccos x, \mathrm{arctg}\, x, \mathrm{arcctg}\, x$. 2. Схема дослідження функції, асимптоти. Побудова графіків функцій. $\arcsin x, \arccos x, \mathrm{arctg}\, x, \mathrm{arcctg}\, x$.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 16

1. Означення неперервності функції у точці (різні форми записи). Класифікація точок

розриву функції. Неперервність композиції функцій. 2. Опуклість та точки перегину. Ознака опуклості диференційовних функцій у термінах дотичних.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 17

1. Ознаки Абеля та Діріхле збіжності невласних інтегралів.2. Означення похідної функції у точці. Диференційовність. Геометричний зміст похідної та диференціала.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 18

1. Означення монотонності функції в точці і на множені. Умова неперервності монотонної

функції. 2. Похідні та диференціали вищих порядків. Арифметичні властивості похідних вищих порядків.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 19

1. Довжина кривої. Диференціал дуги кривої. Площа плоскої фігури. 2. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано. Формула Маклорена. Розкладення основних елементарних функцій за формулою Маклорена.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 20

1. Перша теорема Вейерштрасса. 2. Інтеграл від диференціальних біномів.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 21

1. Рівномірно неперервні функції, теорема Кантора. 2. Похідні та диференціали вищих порядків. Арифметичні властивості похідних вищих порядків.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 22

1. Друга теорема Вейерштрасса. 2. Інтеграли від деяких тригонометричних функцій.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 23

1. Теореми Больцано - Коші про корінь та про значення неперервної на сегменті функції. 2. Різні означення точки перегину. Зв'язок між ними. Приклади. Достатня умова існування точки перегину.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 24

1. Односторонні границі. Границі монотонних функцій. Теорема про зліченість точек розриву монотонних функцій. 2. Необхідна умова локального екстремуму функції.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 25

1. Означення неперервності функції у точці (різні форми записи). Властивості неперервних функцій. 2. Формула Тейлора з залишковим членом у формі формі Лагранжа.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 26

1. Об'єм тіла обертання. Площа поверхні обертання. Статичні моменти тіла щодо осей. 2. Похідні та диференціали вищих порядків. Арифметичні властивості похідних вищих порядків.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 27

1. Означення інтегралів з нескінченими межами та інтегралів від нескінчених функцій. Збіжність інтегралів у випадку невід'ємної функції. Ознака порівняння в граничній формі та у формі нерівності. 2. Означення похідної функції у точці. Диференційовність. Геометричний зміст похідної та диференціала.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 28

1. Означення неперервності функції у точці (різні форми записи). Класифікація точок

розриву функції. Неперервність композиції функцій. 2. Формула Тейлора з залишковим членом у формі Пеано. Формула Маклорена. Розкладення основних елементарних функцій за формулою Маклорена.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 29

1. Означення монотонності функції в точці та на множені. Границі монотонних функцій. 2. Формула Тейлора з залишковим членом у формі формі Лагранжа.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 30

1. Первісна функція. Невизначений інтеграл. Властивість невизначеного інтеграла. Таблиця інтегралів. Приклади інтегралів від елементарних функцій, що не виражаються в елементарних функціях. 2. Теореми про середнє для диференційовних функцій. Доведення теореми Лагранжа. Наслідки з теореми Лагранжа.

Семестр другий:

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 1

1. Простір R^n. Окіл точок. Границя послідовності. Відкриті і замкнені множини. Компактні множені. Означення функції. 2. Перетворення Абеля. Признаки Абеля и Діріхле. Приклади

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 2

1. Границя і неперервність функцій багатьох змінних. 2. Эйлерові інтеграли: гама–функція; бета–функція, їхні основні властивості.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 3

1. Означення функції багатьох змінних, теореми про функції неперервні на компактній множині. Рівномірно неперервні функції. 2. Степеневі ряди, радіус збіжності степеневого ряду.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 4

1. Частинні похідні. Зв'язок між диференційованістю та існуванням частинних похідних. Функціональні послідовності та ряди. 2. Рівномірна та нерівномірна збіжність функціональних рядів. Умова рівномірної збіжності.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 5

1. Диференціювання складної функції. Інваріантість форми першого диференціалу. Геометричний зміст диференціала функції. 2. Неперервність суми функціонального ряду. Почленний перехід до границі.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 6

1. Диференційовність функцій багатьох змінних. Градієнт і похідна по напрямку. 2. Радіус збіжності степеневого ряду. Знаходження радіуса збіжності степеневого ряду.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 7

1. Частинні похідні і диференціали вищих порядків. Формула Тейлора для функцій багатьох змінних. 2. Ознака Вейерштрасса рівномірної збіжності функціонального ряду.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 8

1. Екстремум функцій багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму. Достатні умови екстремуму. 2. Ознаки рівномірної збіжності невласного інтегралу що залежить від параметру. Зв'язок з рядами.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 9

1. Неявні функції. Теорема про існування неявної функції. Диференційовні відображення. 2. Числові ряди. Означення нескінченого числового ряду. Приклади числових рядів.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 10

1. Умовний екстремум. Метод множників Лагранжа для знаходження умовного екстремуму. 2. Означення інтеграла залежного від параметра. Рівномірна збіжність до граничної функції.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 11

1. Збіжні ряди. Критерій Коші збіжності числового ряду. Необхідна умова збіжності числового ряду. 2. Граничний перехід під знаком невласного інтеграла.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 12

1. Умова збіжності для рядів з невід'ємними членами. Узагальнений гармонічний ряд. Теореми порівняння в граничній формі та у формі нерівностей. 2. Неперервність і диференційованість невласного інтеграла за параметром.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 13

1. Ознака Деламбера та Коші збіжності числових рядів. 2. Інтегрування невласного інтеграла за параметром.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 14

1. Теорема про перестановки членів абсолютно збіжних рядів. Теорема Римана. Перемноження абсолютно збіжних рядів. Приклади. 2. Невласні інтеграли залежні від параметра. Означення рівномірної збіжності невласних інтегралів.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 15

1. Ортогональні системи функцій. Розкладення функції у ряд Фур'є. Формули для знаходження коефіцієнтів ряду Фур'є у випадку тригонометричної системи функцій. 2. Інтеграли, що залежать від параметра. Неперервність, інтегрування і диференціювання за параметром.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 16

1. Інтегрування та диференціювання степеневих рядів. Дії над степеневими рядами. 2. Інтеграл Діріхле. Перша основна лема. Принцип локалізації.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 17

1 Ознака Раабе збіжності числового ряду. 2. Неперервність і диференційовність за параметром невласного інтегралу у випадку, коли межі інтегрування залежать від параметра.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 18

1. Інтегральна ознака Маклорена – Коші збіжності числового ряду. 2. Невласні інтеграли, обчислення інтегралу Эйлера–Пуассона.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 19

1. Ряди та нескінченні добутки. Збіжність довільних рядів, абсолютна збіжність. Умовно збіжні ряди. 2. Інтеграли, що залежать від параметра, граничний перехід під знаком інтеграла.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 20

1. Знакопереміжні ряди. Теорема Лейбница. Приклади. 2. Невласні інтеграли, обчислення інтегралу Дирихле.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 21

1. Критерій Коши збіжності нескінчених добудків. Зв'язок з рядами. 2. Повнота та замкнутість тригонометричної системи. Екстремальна властивість рядів Фур'є.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 22

1. Почленне інтегрування та диференціювання функціональнх рядів рядів. 2. Ознаки Діні та Ліпшиця збіжності рядів Фур'є.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 23

1. Степеневі ряди. Проміжки збіжності степеневого ряду. Знаходження радіуса збіжності степеневого ряду. 2. Друга основна лема. Ознака Діріхле – Жордана збіжності рядів Фур'є.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 24

1. Неперервність суми степеневого ряду. 2. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 25

1. Ознака Абеля і ознака Діріхле збіжності числових рядів. Приклади. 2. Розкладання в ряд Фур'є по косинусам або по синусам.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 26

1. Розкладення елементарних функцій у степеневі ряди. Наближені обчислення за допомогою рядів. 2. Ряди Фур'є, випадок довільного проміжку.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 27

1. Означення нескінченого числового ряду. Властивості збіжних рядів. 2. Почленне інтегрування та диференціювання рядів Фур'є.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 28

1. Нескінченні добутки. Ознаки збіжності нескінчених добутків. 2. Інтеграл Фур'є та перетворення Фур'є.

Семестр третій:

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 1

1. Означення подвійного інтеграла Рімана. Умови існування подвійного інтеграла. 2 Криволінійні інтеграли першого роду. Зведення до звичайного визначеного інтеграла.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 2

1. . Зведення подвійного інтеграла до повторного, випадки прямокутної і криволінійної областей. Механічні додатки подвійних інтегралів. 2. Поверхневі інтеграли першого і другого роду. Формула Гауса - Остроградського.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 3

1. Обчислення потрійного інтеграла по паралелепіпеду і довільній області. 2. Формула Стокса.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 4

1. Криволінійні інтеграли першого роду. Зведення до звичайного визначеного інтеграла. 2. Зведення подвійного інтеграла до повторного у випадках прямокутної і криволінійної областей.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 5

1. Достатня умова інтегрування за Ріманом у просторі R^n. 2. Рівномірна збіжність функціональних послідовностей та рядів, ознака Вейерштрасса. 2. Формула Гріна.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 6

1. Зведення подвійного інтеграла до повторного у разі прямокутної області. 2. Довжина кривої на поверхні. Перша квадратична форма поверхні.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 7

1. Необхідні і достатні умови незалежності криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтеграції (випадок прямокутної області з R^2). 2. Обчислення потрійного інтеграла, поширеного на паралелепіпед.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 8

1. Вираз об'єму через поверхневі інтеграли. Формула Остроградського. 2. Параметрично задані поверхні. Сторона поверхні.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 9

1. Теорема про диференціювання під знаком невласного інтеграла що залежить від параметру. 2. Поверхневі інтеграли другого роду. Зведення до подвійного інтеграла.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 10

1. Площа кривої поверхні, приклад Шварца. 2. Обчислення потрійного інтеграла по паралелепіпеду і довільній області.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 11

1. Заміна змінних в подвійних інтегралах, полярні координати. 2. Формула Остроградського. Дивергенція.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 12

1. Теорема про неперервність невласного інтегралу що залежить від параметру. 2. Формула Гауса – Остроградського.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 13

1. Необхідні і достатні умова незалежності криволінійного інтеграла від шляху у разі

прямокутної області. Ознака повного диференціала. 2. Визначення кратного інтеграла.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 14

1. Перетворення плоских областей. Вираження площі в криволінійних координатах. Заміна змінних у подвійних інтегралах. Потік вектора через поверхню. 2. Формула Остроградського. Дивергенція.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 15

1. Теорема про неперервність звичайного інтегралу що залежить від параметру. 2. Формула Стокса.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 16

1. Теорема про невласне інтегрування невласного інтеграла що залежить від параметру. Знаходження інтегралу Ейлера – Пуассона. 2. Поверхневі інтеграли першого і другого роду.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 17

1. Поняття про поверхню в трьохвимірному просторі і способи завдання поверхонь. Сторона поверхні. Орієнтація поверхонь і простору. Дотична площина і нормаль до поверхні. 2. Вираз об'єму через поверхневі інтеграли. Формула Остроградського.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 18

1. Умова незалежності криволінійного інтеграла від шляху. 2. Поверхневі інтеграли першого і другого роду. Зведення до подвійного інтеграла.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 19

1. Означення подвійного інтеграла Рімана. Умови існування подвійного інтеграла. Класи функцій що інтегруються за Ріманом. 2. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Вихор.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 20

1. Заміна змінних у подвійних інтегралах, полярні координати. 2. Формула Гріна.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 21

1. Поверхневі інтеграли першого і другого роду. Зведення до подвійного інтеграла. 2. Скалярні і векторні поля. Циркуляція вектора. Формула Стокса. Вихор.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 22

1. Формула Гріна. Додаток формули Гріна до дослідження криволінійних інтегралів. 2. Сторона поверхні. Орієнтація поверхонь і простору.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 23

1. Зведення подвійного інтеграла до повторного, випадки прямокутної і криволінійної областей. Механічні додатки подвійних інтегралів. 2. Необхідні і достатні умова незалежності криволінійного інтеграла від шляху у разі прямокутної області. Ознака повного диференціала.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 24

1. Потрійні і n - кратні інтеграли Рімана. Задача про обчислення маси тіла. Умови існування потрійного інтеграла. 2. Площа кривої поверхні. Поверхневі інтеграли першого і другого роду.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 25

1. Заміна змінних у потрійних інтегралах. 2. Формула Стокса.

БІЛЕТ ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ № 26

1. Вираження площі в криволінійних координатах. Заміна змінних у подвійних інтегралах. Інтеграл по орієнтованій області. 2. Поверхневі інтеграли першого і другого роду. Формула Остроградського.

12. Критерій оцінювання знань студентів

За кожну виконану та захищену лабораторну (контрольну) роботу нараховується до 5 балів. За повну відповідь на кожне запитання підсумкового контролю нараховується додатково до 10 балі.

Шкала оцінок за результатами семестру:

Оцінка	**Незадовільно**		**3**		**4**	**5**	
Оцінка ECTS	**F**	**FX**	**E**	**D**	**C**	**B**	**A**

Бали	0-35	35-59	60-64	65-73	74-84	85-89	90-100
Залік	Не зараховано		Зараховано				

90 – 100 балів – відмінно (A);
85 – 89 балів – дуже добре (B);
74 – 84 балів – добре (C);
65 – 73 балів – задовільно (D);
60 – 64 балів – достатньо (E);
35 – 59 балів – незадовільно з можливістю повторного складання (F);
< 35 балів – незадовільно з обов'язковим повторним курсом (FX).