

Затверджено Вченою радою  
ОНУ імені І. І. Мечникова  
від «20» грудня 2016 р. № 4

**Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова**

(повна назва вищого навчального закладу)

Факультет/інститут \_\_\_\_\_ математики, фізики та інформаційних технологій

Кафедра \_\_\_\_\_ математичного аналізу



«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-педагогічної роботи

(Хмарський В. М.)

\_\_\_\_\_ 2020 р.

## НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

**Теорія наближення функцій**

(назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ магістр (другий рівень)

Спеціальність \_\_\_\_\_ 111 Математика

(код і назва спеціальності (тей))

Розробники: Шанін Р. В., к.ф.-м. н., доцент.

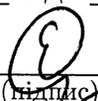
Навчальна програма затверджена на засіданні кафедри математичного аналізу.

Протокол № 1 від «31» серпня 2020 року

Завідувач кафедри  Кореновський А. О.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Обговорено та рекомендовано до затвердження навчально-методичною комісією (НМК) факультету математики, фізики та інформаційних технологій.

Протокол № 1 від «15» 09 2020 року

Голова НМК  Страхов Є. М.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## Вступ

Навчальна програма дисципліни «Теорія наближення функцій» складена відповідно до освітньо-професійної/освітньо-наукової програми підготовки магістрів (назва рівня вищої освіти) спеціальності 111 Математика. (код і назва спеціальності)

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни «Теорія наближення функцій» є задачі найкращого наближення функцій в різних функціональних просторах: просторі неперервних функцій, просторах  $L^p$  при  $p \geq 1$ , гільбертових просторах; та задачі інтерполяції.

**Місце навчальної дисципліни в структурі освітнього процесу.** Теорія наближення функцій — одна з областей математики, що найбільш інтенсивно розвивається. В останні десятиліття спостерігається проникнення ідей і методів теорії наближення в різні розділи математичної науки, особливо в прикладні напрямки. Враховуючи ці тенденції, курс «Теорія наближення функцій» є необхідною складовою формування всебічно розвиненого спеціаліста-математика, що буде конкурентно спроможним на світовому ринку спеціалістів.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів:

1. Рівномірні наближення.
2. Наближення в лінійних нормованих просторах.
3. Інтерполювання.

### 1 Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета.** Сформулювати основні задачі теорії наближення, познайомити студентів з основними результатами теорії наближення в просторі неперервних функцій та деякими результатами в просторах функцій, сумовних в деякій степені. Сформулювати у студентів загальну та фахову компетентність.

#### Завдання.

1. Познайомитися з класичними результатами теорій наближення функцій в рівномірній метриці та з деякими результатами теорії наближення в просторах  $L^p$ ,  $p \geq 1$ .
2. Познайомитися з класичними результатами теорії інтерполяції, питаннями збіжності та розбіжності інтерполяційних процесів.
3. Надати навички застосування математичного апарату обробки даних теоретичного та експериментального дослідження при вирішенні професійних завдань.
4. Сформулювати цілісний математичний апарат сучасного спеціаліста-математика.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних компетентностей:

1. Загальних (ЗК):
  - (a) ЗК.01 Здатність навчатися та самонавчатися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики;
  - (b) ЗК.02 Здатність використовувати в професійній діяльності базові знання з галузі математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук;
  - (c) ЗК.03 Здатність адаптуватися до нових математичних ідей та методів, проявляти творчий (креативний) підхід, ініціативу;
  - (d) ЗК.04 Здатність застосовувати професійні математичні знання й уміння на практиці;

- (e) ЗК.05 Здатність вести дослідницьку діяльність, включаючи аналіз проблем, постановку цілей і завдань, вибір способів та методів дослідження, а також оцінку його якості;
  - (f) ЗК.06 Здатність ставити та вирішувати задачі на основі абстрактного мислення, аналізу й синтезу.
2. Спеціальних фахових (КФС):
- (a) ФК.01 Спроможність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
  - (b) ФК.02 Спроможність представляти математичні міркування та висновки з них з ясністю та точністю у формі, придатній для аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово, а також розуміти математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї ж задачі;
  - (c) ФК.03 Спроможність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих;
  - (d) ФК.04 Спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики;
  - (e) ФК.08 Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у не математичні контексти.

(Вказуються компетентності, елементи яких формуються, відповідно до стандартів вищої освіти й освітньої програми та їх коди)

**Очікувані результати навчання.** У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

*знати:* аксіоми, означення, твердження, леми, теореми, критерії, які входять до програми курсу.

*вміти:* формулювати аксіоми, означення, твердження, леми, теореми, критерії; доводити твердження, леми, теореми, критерії, які входять до програми курсу і які були приведені з доведенням. Розв'язувати вправи з будь-якого задачника для відповідних спеціальностей.

Програмні результати навчання

1. ПРН.01 Відтворювати історичний розвиток математичних знань та парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці, описувати нерозв'язані математичні задачі;
2. ПРН.03 Знати аксіоми різних складових частин математики, принципи *modus ponens* (правило виведення логічних висловлювань) та *modus tollens* (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень у різних складових частинах математики;
3. ПРН.04 Відтворювати базові знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань та для використання математичних методів у обраній професії;
4. ПРН.12 Уміння розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й існуючими моделями
5. ПРН.13 Уміння розв'язувати конкретні математичні задачі, сформульовані в термінах даної предметної області, здійснювати базові перетворення математичних моделей з метою розв'язування математичних та/або прикладних задач;
6. ПРН.14 Уміння застосовувати методи математичного та комплексного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох змінних.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 120 годин, що становить 4 кредити ЄКТС.

## 2 Зміст навчальної дисципліни

**Змістовий модуль 1.** Рівномірні наближення.

**Тема 1.** Задачі теорії наближення, властивості найкращого наближення. Загальні теореми існування і єдиності елемента найкращого наближення.

**Тема 2.** Рівномірне наближення алгебраїчними і тригонометричними поліномами.

**Тема 3.** Модуль неперервності та його властивості.

**Тема 4.** Прямі теореми наближення періодичних функцій.

**Тема 5.** Обернені теореми наближення періодичних функцій.

**Змістовий модуль 2.** Наближення в лінійних нормованих просторах.

**Тема 6.** Наближення поліномами в  $L^p$  при  $p \geq 1$ .

**Тема 7.** Найкраще наближення в гільбертовому просторі.

**Тема 8.** Ряди Фур'є в гільбертовому просторі. Приклади ортогональних систем.

**Тема 9.** Ортогональні поліноми.

**Змістовий модуль 3.** Інтерполювання.

**Тема 10.** Різні види інтерполяції. Теореми про розбіжність інтерполяційного процесу в просторі  $C$ .

**Тема 11.** Збіжність інтерполяційних процесів.

**Тема 12.** Сплайни: означення та приклади. Наближення кубічними сплайнами дефекту 1 (без доведення).

## 3 Рекомендована література

### Основна

1. Дзядык В. К. Введение в теорию равномерного приближения функций полиномами. — Москва: Наука, 1977. — 512 с.
2. Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения. — Москва: Наука, 1976. — 320 с.
3. Натансон И. П. Конструктивная теория функций. — Ленинград: Гос. изд-во технико-теорет. литературы, 1949. — 688 с.

### Додаткова

1. Ахиезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. — Москва: Наука, 1965. — 408 с.
2. Бернштейн С. Н. Экстремальные свойства полиномов и наилучшее приближение непрерывных функций одной вещественной переменной. Первая часть. — Ленинград: Главная редакция общетехнической литературы, 1937. — 204 с.
3. Гончаров В. Л. Теория интерполирования и приближения функций. — Москва: ГИТТЛ, 1954. — 328 с.
4. Дуагавет И. К. Введение в теорию приближения функций. — Ленинград: Изд-во Ленингр. ун-та, 1977. — 184 с.
5. Иванов В. И. Введение в теорию приближений: Учеб. пособие. — Тула: ТулГУ, 1999. — 116 с.

6. Корнейчук Н. П. Сплайны в теории приближения. — Москва: Наука, 1984. — 352 с.
7. Корнейчук Н. П. Точные константы в теории приближения. — Москва: Наука, 1987. — 424 с.
8. Попов Б. А. Равномерное приближение сплайнами. — Киев: Наук. думка, 1989. — 272 с.
9. Cheney E. W. and Light W. A Course in Approximation Theory. — Brooks/Cole, 2000.

## **Електронні інформаційні ресурси**

### **4 Форма підсумкового контролю успішності навчання**

Семестровий усний екзамен.

### **5 Методи діагностики успішності навчання**

Поточне оцінювання студентів здійснюється за допомогою контрольних робіт. Теми робіт відповідають темам лекцій та практичних занять.

Підсумкове оцінювання — усний екзамен.

Примітки:

1. Програма навчальної дисципліни розробляється вищим навчальним закладом. Програма навчальної дисципліни визначає місце і значення навчальної дисципліни, її загальний зміст та вимоги до знань і вмінь.
2. Програма навчальної дисципліни розробляється на основі освітньо-професійної / освітньо-наукової програми.
3. Форма призначена для складання робочої програми навчальної дисципліни.
4. Вищими навчальними закладами можуть вноситися зміни до форми та змістового наповнення «Програми навчальної дисципліни» залежно від специфіки та профілю вищого навчального закладу.
5. Формат бланка — А4 (210 × 297 мм).