

Кореновський

Затверджено Вченою радою  
ОНУ імені І. І. Мечникова  
від «20» грудня 2016 р. № 4

Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова

(повна назва вищого навчального закладу)

Факультет/інститут \_\_\_\_\_ математики, фізики та інформаційних технологій

Кафедра \_\_\_\_\_ математичного аналізу

«ЗАТВЕРДЖУЮ»  
Проректор з науково-педагогічної роботи



\_\_\_\_\_ 2020 р.

## НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

Теорія міри та інтеграла

(назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти \_\_\_\_\_ бакалавр (перший рівень)

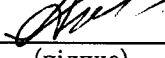
Спеціальність \_\_\_\_\_ 111 Математика  
(код і назва спеціальності (тей))

2020 рік

Розробники: Кореновський А. О., д.ф.-м.н, професор


Навчальна програма затверджена на засіданні кафедри математичного аналізу.

Протокол № 1 від «31» серпня 2020 року

Завідувач кафедри  Кореновський А. О.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Обговорено та рекомендовано до затвердження навчально-методичною комісією (НМК) факультету математики, фізики та інформаційних технологій.

Протокол № 1 від «15» 09 2020 року

Голова НМК  Страхов Є. М.  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## Вступ

Навчальна програма дисципліни «Теорія міри та інтеграла» складена відповідно до освітньо-професійної/освітньо-наукової програми підготовки бакалаврів спеціальності 111 Математика.  
(код і назва спеціальності) (назва рівня вищої освіти)

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни «Теорія міри та інтеграла» є загальні засади побудови міри, властивості класів функцій, які можна описати за допомогою таких мір, а головне – побудова інтеграла і встановлення його властивостей, зокрема, теорем про граничний перехід під знаком інтеграла.

**Місце навчальної дисципліни в структурі освітнього процесу.** Для вивчення даної дисципліни необхідні добрі знання математичного аналізу. Курс теорії міри та інтеграла є базовим для подальшого засвоєння функціонального аналізу, теорії ймовірностей, диференціальних рівнянь, математичної фізики та ін.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів:

1. Міра Лебега.
2. Вимірні функції.
3. Інтеграл Лебега.

### 1 Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета.** Сформувати у студентів загальну та фахову компетентність. В курсі теорії міри та інтеграла студенти знайомляться з поняттям міри та інтеграла Лебега, а також з загальними принципами побудови міри та інтеграла, засвоюють методи розв'язання типових задач. Також розглядаються приклади застосування освоєних методів та результатів до суміжних питань.

#### Завдання.

1. Вивчити класичні підходи до побудови міри та інтеграла як необхідної бази для сприйняття навчального матеріалу інших природничих та спеціальних дисциплін.
2. Надати навички застосування вивченого матеріалу до теоретичного та експериментального дослідження при вирішенні професійних завдань.
3. Сформувати цілісний математичний апарат сучасного спеціаліста-математика.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

1. Загальних (ЗК):
  - (а) ЗК.06 Здатність ставити та вирішувати задачі на основі абстрактного мислення, аналізу й синтезу.
2. Спеціальних фахових (КФС):
  - (а) ФК.01 Спроможність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;

(Вказуються компетентності, елементи яких формуються, відповідно до стандартів вищої освіти й освітньої програми та їх коди)

**Очікувані результати навчання.** У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

*знати:* аксіоми, означення, твердження, леми, теореми, критерії, які входять до програми курсу.

*вміти*: формулювати аксіоми, означення, твердження, леми, теореми, критерії; доводити твердження, леми, теореми, критерії, які входять до програми курсу і були приведені з доведенням. Розв'язувати вправи з матеріалу з задачника для відповідних спеціальностей.

Програмні результати навчання

1. ПРН.04 Відтворювати базові знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань та для використання математичних методів у обраній професії;
2. ПРН.12 Уміння розв'язувати задачі з математичною строгістю та математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й існуючими моделями;
3. ПРН.13 Уміння розв'язувати конкретні математичні задачі, сформульовані в термінах даної предметної області, здійснювати базові перетворення математичних моделей з метою розв'язування математичних та/або прикладних задач.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 120 годин, що становить 4 кредитів ЄКТС.

## 2 Зміст навчальної дисципліни

Вступ до предмету

Змістовий модуль 1. Міра Лебега.

Тема 1. Побудова міри Лебега.

Тема 2. Властивості міри Лебега.

Тема 3. Порівняння міри Лебега з мірою Жордана.

Тема 4. Невимірні за Лебегом множини.

Змістовий модуль 2. Вимірні функції.

Тема 5. Означення вимірних функцій та їх елементарні властивості.

Тема 6. Збіжність за мірою та зв'язок зі збіжністю майже всюди.

Тема 7. Майже рівномірна збіжність та теорема Єгорова.

Тема 8. Структура вимірних функцій та теорема Лузіна.

Змістовий модуль 3. Інтеграл Лебега.

Тема 9. Інтеграл Лебега для обмежених функцій.

Тема 10. Інтеграл Лебега для невід'ємних вимірних функцій.

Тема 11. Сумовні функції довільного знаку.

Тема 12. Граничний перехід під знаком інтеграла.

Приклади застосування до суміжних дисциплін

## 3 Рекомендована література

Основна

1. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1972.
2. И.П. Натансон. Теория функций вещественной переменной. М., Наука, 1974.

3. С.А. Теляковский. Сборник задач по теории функций действительной переменной. М., Наука. 1980.
4. Теорія міри та інтеграла. Курс лекцій. Упор. А. О. Кореновський. Одеса. Астропринт. 1999.

### Додаткова

1. Ю. С. Очан. Сборник задач по математическому анализу. Общая теория множеств и функций. М., Просвещение, 1981.
2. М. И. Дьяченко, П. Л. Удьянов. Мера и интеграл. М., Факториал. 1998.
3. А. Я. Дороговцев. Элементы общей теории меры и интеграла. К., Вища школа, 1989.
4. Б. З. Вулих. Краткий курс теории функций вещественной переменной. М., Наука, 1973.
5. Г. П. Толстов. Мера и интеграл. М., Наука, 1976.
6. І. М. Фішман. Основи теорії функцій дійсної змінної. К., Радянська школа. 1963.
7. Г. Е. Шилов, Б. Л. Гуревич. Интеграл, мера и производная. М., Наука, 1967.
8. И. Н. Песин. Развитие понятия интеграла. М., Наука, 1966.

### Електронні інформаційні ресурси

1. Теорія міри та інтеграла. Курс лекцій. Упор. А. О. Кореновський. Одеса. Астропринт. 1999. [http://fs.onu.edu.ua/clients/client11/web11/metod/imem/korenovsky\\_1.pdf](http://fs.onu.edu.ua/clients/client11/web11/metod/imem/korenovsky_1.pdf)

## 4 Форма підсумкового контролю успішності навчання

Семестрові усні екзамени.

## 5 Методи діагностики успішності навчання

Поточне оцінювання студентів здійснюється за допомогою контрольних робіт. Теми робіт відповідають темам лекцій та практичних занять.

Підсумкове оцінювання — усний екзамен.

Примітки:

1. Програма навчальної дисципліни розробляється вищим навчальним закладом. Програма навчальної дисципліни визначає місце і значення навчальної дисципліни, її загальний зміст та вимоги до знань і вмінь.
2. Програма навчальної дисципліни розробляється на основі освітньо-професійної / освітньо-наукової програми.
3. Форма призначена для складання робочої програми навчальної дисципліни.
4. Вищими навчальними закладами можуть вноситися зміни до форми та змістового наповнення «Програми навчальної дисципліни» залежно від специфіки та профілю вищого навчального закладу.
5. Формат бланка — А4 (210 × 297 мм).