

*Лисенко*

Затверджено Вченою радою  
ОНУ імені І.І.  
Мечникова  
від "\_\_\_" \_\_\_\_\_  
20 \_\_ р. № \_\_

Одеський національний університет імені І.І.Мечникова

(повна назва вищого навчального закладу)

Факультет/інститут Факультет математики, фізики та інформаційних технологій

Кафедра математичного аналізу



"ЗАТВЕРДЖУЮ"  
Проректор науково-педагогічної роботи  
*[Signature]* (П.І.Б.)

### НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА ДИСЦИПЛІНИ

         Функціональний аналіз

(назва навчальної дисципліни)

Рівень вищої освіти I  
Спеціальність 111-Математика

(код і назва спеціальності (тей))

2020-2021

Розробники: (вказати прізвища, наукові ступені, вчені звання та посади розробників) Леончик Євген Юрієвич, кандидат фізико-математичних наук,  
доцент кафедри математичного аналізу

Навчальна програма затверджена на засіданні кафедри  
математичного аналізу \_\_\_\_\_

Протокол № 1 від "31" серпня 2022 року

Завідувач кафедри  
А.О. \_\_\_\_\_



Кореновський

ініціали)


(підпис)

(прізвище та

Обговорено та рекомендовано до затвердження навчально-методичною комісією \_\_\_\_\_ (НМК) факультету:

Протокол № 1 від "15" 09 2020 року

Голова НМК \_\_\_\_\_



Страхов Е.М.

ініціали)

(підпис)

(прізвище та

## Вступ

**Навчальна програма дисципліни «Функціональний аналіз» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки I рівня вищої освіти спеціальності 111- Математика.**

**1. Мета курсу.** Метою курсу «Функціональний аналіз» (ФА) є вивчення студентами основних понять, фактів та методів цієї дисципліни та набуття навичок їх застосування при розв'язанні практичних задач та в наукових дослідженнях.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних компетентностей:

ЗК.01 Здатність навчатися та самонавчатися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики.

ЗК.02 Здатність використовувати в професійній діяльності базові знання в галузі математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук.

ЗК.03 Здатність адептуватися до нових математичних ідей та методів, проявляти творчий (креативний) підхід, ініціативу.

ЗК.04 Здатність застосовувати професійні математичні знання й уміння на практиці.

ЗК.05 Здатність вести дослідницьку діяльність, включаючи аналіз проблем, постановку цілей і завдань, вибір способів та методів дослідження, а також оцінку його якості.

ЗК.06 Здатність ставити та вирішувати задачі на основі абстрактного мислення, аналізу й синтезу.

ФК.01 Спроможність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

ФК.02 Спроможність представляти математичні міркування та висновки з ясністю та точністю у формі, придатній для аудиторії, до якої звертаються, як усно, так і письмово, а також розуміти математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї ж задачі.

ФК.03 Спроможність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.

ФК.04 Спроможність виражати терміни специфічної предметної області мовою математики.

ФК.08 Спроможність розробляти математичну модель ситуації з реального світу та переносити математичні знання у нематематичні контексти.

**2. Місце курсу у навчальному процесі.** Базовими дисциплінами для курсу ФА є: математичний аналіз, лінійна алгебра, аналітична геометрія, міра та й л, диференціальні рівняння, теорія функцій комплексної змінної, топологія. Дисциплінами, які базуються на даному курсі, є: методи математичної фізики (диференціальні рівняння з частинними похідними), дослідження операцій, теорія оптимального керування, різноманітні спецкурси, де використовуються поняття та факти ФА.

**3. Знання, уміння та навички студентів.** Студенти повинні вміти

## Формулювати

- аксіоми,
- означення,
- твердження,
- леми,
- теореми,
- критерії,

які входять до програми курсу функціонального аналізу.

## Доводити

- твердження,
- леми,
- теореми,
- критерії,

які входять до програми курсу функціонального аналізу за відповідний семестр і які були у цьому семестрі приведені з доведенням.

Студенти повинні володіти основними поняттями ФА:

- метричний простір, його повнота, компактність;
- лінійний нормований простір, скінченновимірні простори;
- евклідові та унітарні простори;
- ряди Фур'є, повнота та замкнутість ортонормованих систем;
- гільбертовий простір;
- лінійний неперервний функціонал, спряжений простір;
- лінійний оператор, простір лінійних операторів;
- спряжені та компактні оператори, обернений оператор

та знати основні факти ФА:

- принципи вкладених куль та стискуючих відображень, критерії компактності;
- теореми Арцела, Ф. Ріса, Ріса-Фішера, Хана-Банаха, про повноту спряженого простору, Банаха-Штейнгауза, Банаха про обернений оператор, про компактні оператори;
- альтернативу Фредгольма.

Студенти повинні набути навички розв'язання типових задач та застосування теоретичних положень ФА при проведенні елементів наукових досліджень під час практичних занять.

**Розв'язувати** вправи за матеріал відповідного семестру з будь - якого задачника з функціонального аналізу для відповідних спеціальностей. Базовими задачниками вважаються:

- Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - М.:Наука, 1984.
- Антоневич А.Б., Князьев П.Н., Радыно Я.В. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - Минск: Вышэйш. шк., 1978.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться 210 годин що становить 7 кредитів ЄКТС.

#### 4 Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин				
	Денна форма				
	Форма контролю	усього	у тому числі		
л			практ	сп	
1	2	3	4	5	6
<b>I семестр. I модуль.</b>					
Тема 1. Матричні простори	ІЗ	20	5	3	12
Тема 2. Повні простори	ІЗ	19	5	2	12
Тема 3. Предкомпактність	ІЗ	19	5	2	12
Всього годин		58	15	7	36
<b>I семестр. II модуль.</b>					
Тема 1. Банахові простори	ІЗ	20	5	3	12
Тема 2. Фактор-простір	ІЗ	20	5	3	12
Тема 3. Ряди Фур'є	ІЗ	20	5	3	12
Тема 4. Гільбертові простори	ІЗ	20	5	3	12
Всього годин		80	20	12	48
<b>II семестр. I модуль.</b>					
Тема 1. Лінійні функціонали	ІЗ	21	5	4	12
Тема 2. Лінійні оператори	ІЗ	21	5	4	12
Тема 3. Обернені та обмежені оператори	ІЗ	21	5	4	12
Всього годин		63	15	12	36
<b>II семестр. II модуль.</b>					
Тема 1. Спряжені оператори	ІЗ	25	4	7	14
Тема 2. Компактні оператори	ІЗ	26	4	8	14
Всього годин		51	8	15	28

Форма контролю: КО – контрольне опитування (поточне),  
ІЗ – індивідуальне завдання (аудиторна письмова контрольна робота)

#### I Семестр

(лекції – 32 години, практичні заняття – 32)

#### I Модуль

**1. Метричні та топологічні простори. Повні метричні простори.**

#### II Модуль

**2. Компактність. Компактність у метричних просторах.**

#### II Семестр

(лекції – 18 години, практичні заняття – 8)

#### I Модуль

**4. Лінійні неперервні функціонали.**

#### II Модуль

**5. Лінійні оператори.**

## 5. Методи навчання

Метод проблемного викладення (наукового пошуку)

Пояснювально-ілюстративні методи:

- лекція
- пояснення
- інструктаж
- самостійне опрацювання літературних джерел
- робота з електронними конспектами лекцій та презентаціями

Інформаційно – повідомляючий метод

Наочні методи(презентації, ілюстрації)

Репродуктивні методи:

- закріплення вивченого на основі зразка (побудова моделей, розв'язування задач)
- розв'язування задач за алгоритмами конкретних методів
- вправи
- лабораторні роботи
- практичні роботи

Дослідницький метод

Методи формування і стимулювання пізнавальної діяльності:

- пізнавальні ігри
- навчальні дискусії
- аналіз життєвих ситуацій

## 6. Методи контролю

Методи усного контролю:

- фронтальне і індивідуальне усне опитування
- усний іспит
- 

Методи письмового контролю:

- письмові самостійні і контрольні роботи
- тести
- письмовий іспит

## 7. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування (I семестр)		Сума
Змістовний модуль 1	Змістовний модуль 2	
50	50	<b>100</b>

Поточне тестування (II семестр)		Сума
Змістовний модуль 1	Змістовний модуль 2	
50	50	<b>100</b>

## 8 Рекомендована література

### Основна

1. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ.- М.: Наука, 1980.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - М.: Наука, 1989.
3. Банах С. Курс функціонального аналізу. – Київ: Радянська школа, 1948.
4. Березанский Ю.М., Ус Г.Ф., Шефтель З.Г. Функциональный анализ. – Киев: Наукова думка, 1969.
5. Рудин У. Основы функционального анализа. – М.: Мир, 1966.
6. Рисс Ф., Надь Б.С. Лекции по функциональному анализу. – М.: Мир, 1979.
7. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - Киев: Наукова думка, 1980.
8. Городецкий В.В., Нашибида Н.И., Настасиев П.П. Методы решения задач по функциональному анализу. - М.: Наука, 1977.

### Додаткова

1. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов. – М.: Наука, 1966.
2. Ахиезер Н. И., Глазман И. М. Теория линейных операторов в Гильбертовом пространстве. – М.: Наука, 1979.
3. Бурбаки Н. Общая топология. Основные структуры. – М.: Наука, 1968.
4. Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Наука, 1965.
5. Иосида К. Функциональный анализ. – М.: Мир, 1967.

## 9 Критерії оцінювання знань.

### Шкала оцінок за результатами семестру:

Кількість балів	> 60	0-59	60-73	74-89	90-100
Оцінка	залік	незадовільно	задовільно	добре	відмінно

## ШКАЛА ОЦІНЮВАННЯ

ECTS-оцінка	Визначення назви оцінювання за шкалою ECTS	За 100 бальною шкалою
A	відмінно	90-100
B	дуже добре	85-89
C	добре	74-84
D	задовільно	65-73
E	достатньо для виконання мінімальних вимог навчального курсу	60-64
FX	недостатньо: потрібна додаткова робота без повторного вивчення курсу	35-59
F	недостатньо: потрібна значна додаткова робота з повторним вивченням навчального курсу	<35